

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА

25 юни 2009 г.

ВАРИАНТ 3

УВАЖАЕМИ УЧЕНИЦИ,

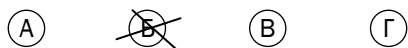
Тестът съдържа 50 задачи по математика.

Задачите са два вида: със структуриран отговор с четири възможности за отговор, от които само един е верният, и с кратък свободен отговор.

Отговорите отбелязвайте със син цвят на химикалката в листа за отговори, а не върху тестовата книжка.

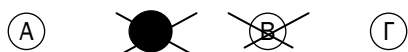
За да отбележите своя отговор, срещу номера на съответната задача зачертайте със знака **X** буквата на избрания от Вас отговор.

Например:



Ако след това прецените, че първоначалният Ви отговор не е верен, запълнете кръгчето с грешния отговор и зачертайте със знака **X** буквата на друг отговор, който приемате за верен.

Например:



За задачите със свободен отговор в листа за отговори е оставено празно място. Използвайте това място, за да запишете своя отговор.

Ако след това прецените, че записаният свободен отговор не е верен, задраскайте го с хоризонтална черта и запишете над него отговора, който според Вас е правилен.

Запомнете! Като действителен отговор на съответната задача се приема само този, чиято буква е зачертана със знака X. За всяка задача трябва да е отбелязан не повече от един действителен отговор.

ПОЖЕЛАВАМЕ ВИ УСПЕШНА РАБОТА!

1. Числото 5,35 е равно на:

А) $\frac{535}{10}$

Б) $53\frac{1}{2}$

В) $53\frac{7}{20}$

Г) $5\frac{7}{20}$

2. Данчо имал 3 лв. и похарчил $\frac{3}{5}$ от тях. Колко лева са му останали?

А) 0,80 лв.

Б) 1 лв.

В) 1,20 лв.

Г) 1,80 лв.

3. Стойността на израза $\frac{1}{3} + \frac{2}{6} + \frac{3}{9} + \frac{4}{12}$ е равна на:

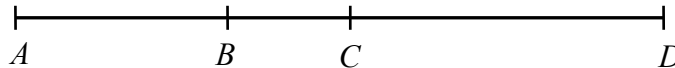
А) $\frac{4}{3}$

Б) $\frac{10}{36}$

В) $\frac{10}{3}$

Г) 3

4. Точките A , B , C и D лежат на една права в този ред отляво надясно. Да се намери дължината на отсечката BC в сантиметри, ако $AC = 6,5$ cm, $BD = 8,5$ cm и $AD = 13,5$ cm.



(Отговора запишете в листа за отговори.)

5. Обиколката на равнобедрен триъгълник е 40 cm, а дължината на една от страните му е 10 cm. Колко процента от обиколката на триъгълника е дължината на основата?

А) 50%

Б) 35%

В) 30%

Г) 25%

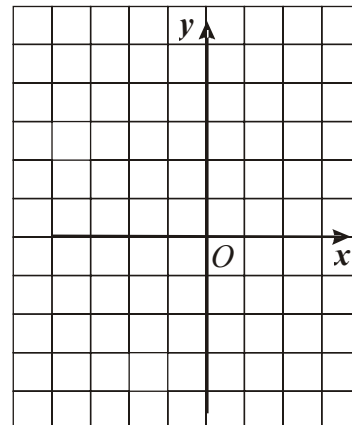
6. Точките $A(-2; -1)$, $B(1; 0)$ и $C(-2; 4)$ са върхове на триъгълник в правоъгълна координатна система. Лицето на триъгълника в квадратни мерни единици е:

А) 15

Б) 10,5

В) 7,5

Г) 3



7. За 5 часа петима работници изкопават 5 шахти. Колко шахти ще изкопаят десет работници за 10 часа?

А) 20

Б) 10

В) 15

Г) 25

8. Кое от посочените неравенства **НЕ** е вярно?

А) $(-5)^4 - 5 \cdot 5^2 > 0$

Б) $|-3| \cdot |-9| > 0$

В) $-5^4 + 5 \cdot 5^2 > 0$

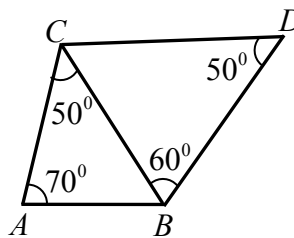
Г) $-5 \cdot |-7| < 0$

9. За всяка стойност на a изразът $a^5 - a^3(a^2 + a)$ приема:

- А) само положителни стойности Б) само отрицателни стойности
В) само неположителни стойности Г) само неотрицателни стойности

10. Коя от отсечките AB , BC , AC , CD и BD е с най-голяма дължина?

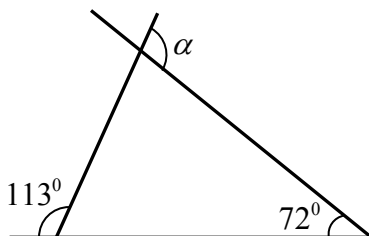
- А) BC Б) AC В) CD Г) BD



11. Пресметнете стойността на израза $9y - 100y^3$ при $y = 0,3$.

- А) -91 Б) $2,7$ В) 0 Г) $2,43$

12. По данните от чертежа намерете мярката в градуси на α .

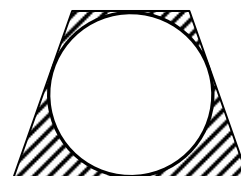


(Отговора запишете в листа за отговори.)

13. Годишите на Димо и годините на баба му се записват с двуцифрени числа. Едното число е точен квадрат, а второто е просто и се записва с цифрите на първото в обратен ред. На колко години е бабата на Димо?

(Отговора запишете в листа за отговори.)

14. Основите на трапеца от фигурата са с дължини 15 cm и 5 cm , а височината на трапеца е с дължина 8 cm и е равна на диаметъра на кръга. Намерете лицето в квадратни сантиметри на заштрихованата част от фигурата.



(Отговора запишете в листа за отговори.)

15. Разложете израза $6(2y - 5) - 12(2y - 5)(y + 5)$ на произведение от прости множители.

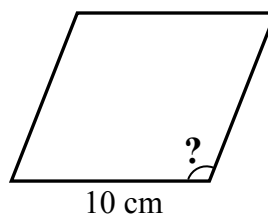
- А) $-6(2y - 5)(2y + 9)$ Б) $6(2y - 5)(11 - 2y)$
В) $-12(2y - 5)(y + 5)$ Г) $-12(2y - 5)(y + 2)$

16. Кой от посочените многостени има 14 ръба и 8 стени?

- А) шестоъгълна призма
Б) петоъгълна призма
В) осмоъгълна пирамида
Г) седмоъгълна пирамида

17. Ако ромб със страна 10 cm има лице 50 cm^2 , тъпият ъгъл на ромба има мярка:

- А) 105° Б) 120°
 В) 135° Г) 150°



18. Уравнението $|4-x|=6$ **НЯМА** корен в интервала:

- А) $(-5; 9]$ Б) $[-2; 10)$ В) $[11; +\infty)$ Г) $[-2; 7]$

19. Цената на една стока била увеличена с 25%, а по-късно новата цена била намалена с 20%. С колко процента последната цена на стоката се различава от първоначалната?

(Отговора запишете в листа за отговори.)

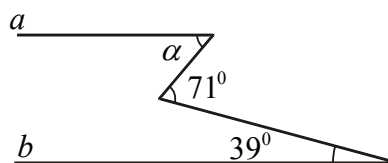
20. Две различни десетични дроби са означени с a и b . Ако десетичната запетая в a се премести 2 десетични знака наляво, полученото число ще бъде 4 пъти по-малко от числото b .

Да се намери отношението $\frac{b}{a}$.

- А) 0,4 Б) 0,04 В) 0,25 Г) 1

21. Правите a и b от чертежа са успоредни, ако мярката на α е:

- А) 110° Б) 30°
 В) 32° Г) 64°

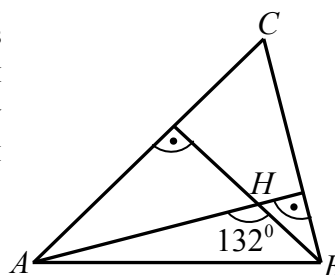


22. Сборът на числата, които са реципрочни на корените на уравнението $9x^2 - (2x-1)^2 = 0$, е равен на:

- А) 4 Б) $-\frac{4}{5}$ В) 5 Г) $\frac{4}{5}$

23. В остроъгълния $\triangle ABC$ височините през върховете A и B се пресичат в точката H и $\angle AHB = 132^\circ$. Да се намери острият ъгъл между ъглополовящите на ъглите на триъгълника при върховете A и B .

- А) 45° Б) 66° В) 75° Г) 78°

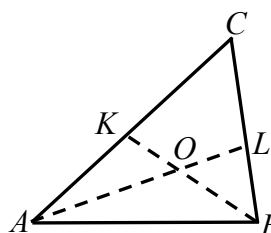


24. Намерете най-малкото цяло число, което е решение на неравенството $\frac{3}{4}x + 3 \geq 0,4x + 2$.

(Отговора запишете в листа за отговори.)

25. Ъглополовящите AL ($L \in BC$) и BK ($K \in AC$) в $\triangle ABC$ се пресичат в точката O . Да се намери мярката на $\angle ACB$, ако $\angle BOL$ и $\angle AOB$ се отнасят както 13 : 23.

- А) 30° Б) 36° В) 45° Г) 50°



26. Ако на дадено трицифрено число изтрием цифрата на стотиците, се получава число, което е 25 пъти по-малко от даденото. Изтритата цифра е:

- А) 9 Б) 6 В) 4 Г) 5

27. Асен отишъл на гости при своя приятел Васил от 11-ия етаж на жилищния блок, в който живеят и двамата. Когато решил да се прибира, той тръгнал нагоре по стълбите вместо надолу към своя етаж. Стигнал до последния етаж на блока и забелязвайки, че се е объркал, тръгнал обратно за дома си. По този начин Асен изминал 1,4 пъти по-голямо разстояние от необходимото, за да се прибере направо у дома. Колко етажен е жилищният блок на Асен и Васил, ако 5-ият, 6-ият и 7-ият етаж в него са отделени за административни помещения и на тези етажи няма живущи?

- А) 12 Б) 13 В) 14 Г) повече от 14

28. Даден е правоъгълен $\triangle ABC$ ($\angle ACB = 90^\circ$), в който $AC > BC$. Ако дължината на височината към хипотенузата AB е 6 cm и M е средата на AB , да се намери дължината в сантиметри на височината в $\triangle AMC$ от върха A .

(Отговора запишете в листа за отговори.)

29. Два литра сок с концентрация 60% на плодовия екстракт се смесват с 4 литра сок, в който плодовият екстракт се отнася към водата както 3 : 5. Концентрацията на получения сок е:

- А) 30% Б) 35% В) 40% Г) 45%

30. Иванчо живее в 10-етажна сграда. Асансьорът в сградата се движи с една и съща постоянна скорост от първия до десетия етаж и обратно. Иванчо слиза с него за 20 секунди от етаж, на който живее, а се качва за 24 секунди, защото не успява да стигне бутона на своя етаж и слизайки на по-долен етаж, изминава оставащото разстояние по стълбите до вкъщи с 2 пъти по-малка скорост от тази на асансьора. На кой етаж живее Иванчо?

- А) осми Б) седми В) шести Г) пети

31. В компютърна игра вложителят в банката има право да променя наличната сума по влога си, като я увеличава с 10% или я намалява с 10%. След колко промени най-малко първоначална сума от 100 лв. може да стане 98 лв. и 1 ст.?

(Отговора запишете в листа за отговори.)

32. Средноаритметичното на годините на майката, бащата и трите деца в едно семейство е 21 години, а средноаритметичното на годините на трите деца е 11 години. На колко години е бащата, ако той е с 4 години по-възрастен от майката?

- А) 40 Б) 34 В) 36 Г) 38

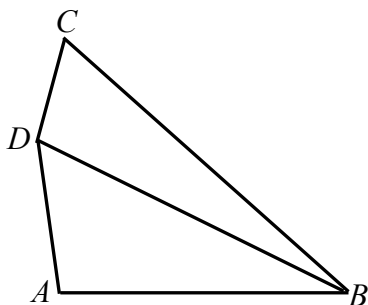
33. Всяка от отсечките $a = 5$ dm, $b = 7$ dm и $c = 9$ dm е страна или височина на даден успоредник. Възможно най-голямото лице на успоредника в квадратни дециметри е:

- А) 21 Б) 35 В) 45 Г) 63

34. На един остров живеят рицари, които винаги казват истината, и лъжци, които винаги лъжат. Част от жителите твърдят, че броят на рицарите на острова е четно число, а останалите твърдят, че броят на лъжците на острова е нечетно число. Кое от посочените числа НЕ може да е броят на жителите на този остров?

- А) 30 Б) 35 В) 40 Г) 506

35. Даден е четириъгълник $ABCD$ със страни $AB = 8$ cm, $BC = 16$ cm, $CD = 4$ cm и $AD = 6$ cm. Намерете дължината на диагонала BD в сантиметри, ако тя е цяло число.



(Отговора запишете в листа за отговори.)

36. В една оранжерия има пет лехи, които са номерирани с числата от 1 до 5. На всяка леха са засадени точно по един от следните видове цветя: карамфили, гербери, лалета, рози и хризантеми. Ако номерата на лехите с карамфили и с лалета са четни, лехата с карамфилите е единственият съсед на лехата с герберите и лехата с розите не е до лехата с карамфилите, какви са цветята на лехата с номер 3?

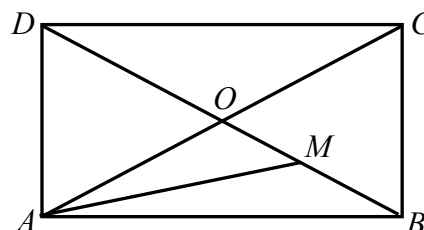
- А) карамфили Б) гербери В) лалета Г) хризантеми

37. Да се реши неравенството $(x-4)(x-3) \geq 4 + (3-x)^2$.

- А) $x \in (-\infty; -1)$ Б) $x \in (-\infty; -1]$ В) $x \in (-1; \infty)$ Г) $x \in [-1; \infty)$

38. Диагоналите на правоъгълника $ABCD$ се пресичат в точката O . Ако точката M е средата на отсечката BO , колко процента от лицето на правоъгълника е лицето на $\triangle AMO$?

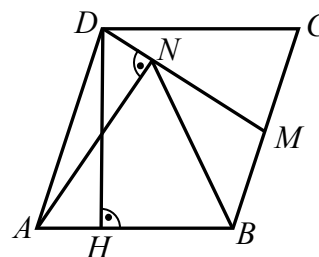
- А) 12,5 Б) 15 В) 20,5 Г) 25



39. За кои стойности на параметъра k корените на уравнението $(k+1)x+1=k^2$ са решения на неравенството $\frac{1}{2}(1-x) \geq x+0,5$?

- А) $k \in (-\infty; 1]$ Б) $k \in (-\infty; -1) \cup (-1; 1]$ В) $k \in (-\infty; -1) \cup [-1; 1)$ Г) $k \neq 0$

40. Даден е успоредник $ABCD$ с височина $DH = 6$ cm ($H \in AB$). Нека M е средата на страната BC и $AN \perp DM$ ($N \in DM$). Да се намери лицето на успоредника в квадратни сантиметри, ако $BN = 4,4$ cm.



- А) 26,4 Б) 22,4 В) 18,8 Г) 16,4

41. В една област има 3 града: A , B и B . Жителите на A винаги казват истината, жителите на B винаги лъжат, а жителите на B – ако веднъж са излъгали, следващия път задължително казват истината, а ако са казали истината, следващия път задължително лъжат. В един от градовете избухнал пожар и жител от областта провел следния разговор с дежурния на единствената пожарна:

- В нашия град има пожар!
- Къде е пожарът?
- В град B .

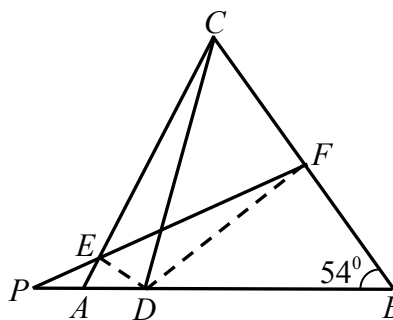
За кой от градовете трябвало да се отправи пожарната?

- А) A Б) B В) B Г) не може да се определи

42. В парламентарните избори на една държава участвали всички пълнолетни граждани, които гласували за регистрираните партии. Гласувалите за партията на математиците обичат математиката, а 80% от гласувалите за останалите партии не обичат математиката. Най-малко колко процента са гласували за партията на математиците, ако точно 52% от пълнолетните жители на тази държава обичат математиката?

- А) 35% Б) 52% В) 42% Г) 40%

43. Даден е $\triangle ABC$, в който $AB > AC$ и $\angle ABC = 54^\circ$. Точката D от страната AB е такава, че $CD = BD$, а ъглополовящите на $\angle ADC$ и $\angle BDC$ пресичат страните AC и BC съответно в точките E и F . Ако правата EF пресича правата AB в точка P и $2PD = EF$, да се намери градусната мярка на $\angle PED$.

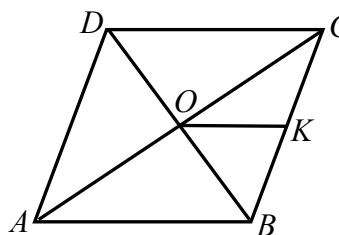


- А) 100° Б) 102° В) 108° Г) 120°

44. Ася и Ваня купили по една кутия с един и същ брой пликчета с боя за яйца. С едно пликче могат да се боядисат 5 или 6 яйца. За празника в училище Ася боядисала 154 яйца с всичките си пликчета, а Ваня – 175 яйца, като също употребила своите пликчета. По колко пликчета има в една кутия?

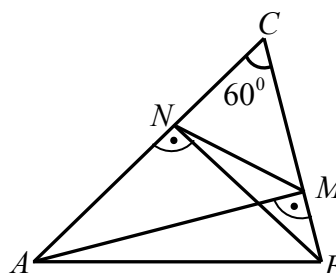
- А) по-малко от 26 Б) 26 В) 30 Г) повече от 30

45. В ромб $ABCD$ със страна $AB = 8$ cm диагоналите AC и BD се пресичат в точката O . Да се намери лицето в квадратни сантиметри на четириъгълника $ABKO$, ако K е средата на страната BC и $\angle COK : \angle BOK = 1:5$.



- А) 16 Б) 12 В) 24 Г) 18

46. Даден е остроъгълен $\triangle ABC$ с $\angle ACB = 60^\circ$. Да се намери периметърът на $\triangle ABC$ в сантиметри, ако периметърът на $\triangle NMC$ е 11 cm, където AM ($M \in BC$) и BN ($N \in AC$) са височините съответно към страните BC и AC в $\triangle ABC$.



- А) 22 Б) 28 В) 30 Г) 33

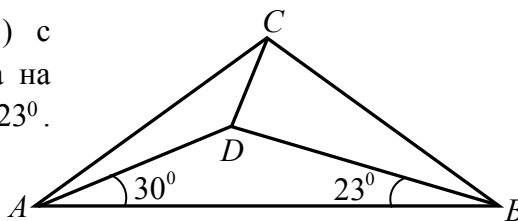
47. На дъската са записани естествените числа от 1 до 12 включително. Учениците в класа играят на следната игра: един ученик излиза на дъската, изтрива две от числата и на тяхно място записва сумата им, намалена с 1. След това излиза втори ученик и прави същото с числата на дъската. После излиза трети ученик и т.н. Играта продължава, докато на дъската остане едно число. Числото, което остава, е:

- А) по-малко от 12 Б) 12 В) 67 Г) по-голямо от 67

48. Дължините на страните на един триъгълник са целите числа 13, x и y , измерени в една и съща мерна единица. Ако $xy = 105$, то периметърът на триъгълника в същата мерна единица е:

- А) 35 Б) 39 В) 51 Г) 119

49. Даден е равнобедрен $\triangle ABC$ ($AC = BC$) с $\angle ACB = 106^\circ$. Точката D е във вътрешността на триъгълника така, че $\angle DAB = 30^\circ$ и $\angle ABD = 23^\circ$. Да се намери мярката на $\angle BDC$.



- А) 90° Б) 87° В) 85° Г) 83°

50. Върху стените на кубче са записани точно по веднъж числата от 1 до 6. Ако една от стените е избрана за основа и кубчето е поставено на нея, то сумата на числата върху околните стени е 13. При друг избор на основа сумата на числата върху околните стени става 12. Кое е числото върху стената, която е противоположна на стената с числото 1?

- А) 2 Б) 3 В) 4 или 5 Г) 6

ИЗПИТ ПО МАТЕМАТИКА – 25 юни 2009 г.

Ключ с верните отговори

Въпрос №	Верен отговор	Точки
1.	Г	1
2.	В	1
3.	А	1
4. СО	1,5	1
5.	Г	1
6.	В	1
7.	А	1
8.	В	1
9.	В	1
10.	Г	1
11.	В	1
12. СО	139°	1
13. СО	61	1
14. СО	80-16π ИЛИ 16(5-π) ИЛИ 29,76 ИЛИ $\frac{208}{7}$	1
15.	А	1
16.	Г	2
17.	Г	2
18.	В	2
19. СО	0%	2
20.	Б	2
21.	В	2
22.	А	2
23.	Б	2
24. СО	-2	2
25.	Г	2
26.	Б	2
27.	Б	2
28. СО	6	2
29.	Г	2
30.	В	2
31. СО	4	2
32.	Г	2
33.	Г	2
34.	Б	2
35. СО	13	2
36.	Г	3
37.	Б	3
38.	А	3
39.	Б	3
40.	А	3
41.	А	3
42.	Г	3
43.	Б	3
44.	В	3
45.	Б	3
46.	А	3
47.	В	3
48.	А	3
49.	Г	3
50.	Б	3

ПРИМЕРНИ РЕШЕНИЯ НА ЧАСТ ОТ ЗАДАЧИТЕ

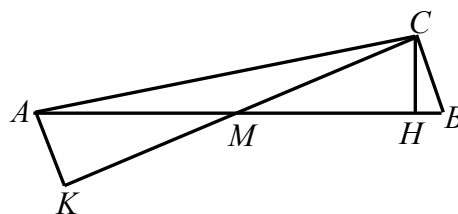
27. Асен отишъл на гости при своя приятел Васил от 11-ия етаж на жилищния блок, в който живеят и двамата. Когато решил да се прибира, той тръгнал нагоре по стълбите вместо надолу към своя етаж. Стигнал до последния етаж на блока и забелязвайки, че се е объркал, тръгнал обратно за дома си. По този начин Асен изминал 1,4 пъти по-голямо разстояние от необходимото да се прибере направо у дома. Колко етажен е жилищният блок на Асен и Васил, ако 5-ият, 6-ият и 7-ият етаж в него са отделени за административни помещения и на тези етажи няма живущи?

А) 12 Б) 13 В) 14 Г) повече от 14

Отг. Б). Ако Асен живее x етажа по-надолу от Васил, той е изминал разстоянието между $1,4x$ етажа, за да се прибере у дома. Тогава разстоянието между 11-ия и последния етаж на блока е $\frac{1,4x-x}{2} = 0,2x = \frac{x}{5}$ етажа. Тъй като $\frac{x}{5}$ е цяло число, то една от възможностите е $\frac{x}{5} = 1$, откъдето $x = 5$. Това означава, че Асен живее на 6-ия етаж, което е невъзможно, защото по условие на този етаж се намират административни помещения. Ако $\frac{x}{5} = 2$, то $x = 10$. Следователно блокът е 13-етажен и Асен живее на първия етаж. Ако $\frac{x}{5} \geq 3$, то $x \geq 15$, което е невъзможно, защото преди 11-ия етаж няма толкова много етажи (повече от 15). Единствената възможност е блокът да е 13-етажен.

28. Даден е правоъгълен $\triangle ABC$ ($\angle ACB = 90^\circ$), в който $AC > BC$. Ако дължината на височината към хипотенузата AB е 6 см и M е средата на AB , то дължината в сантиметри на височината в $\triangle AMC$ от върха A е равна на:

Решение: **Отг. 6 см).** Нека $H \in AB$ и $K \in CM$ са петите на височините от върховете C и A съответно в триъгълниците ABC и AMC . Тъй като медианата към хипотенузата в правоъгълния триъгълник е половината от хипотенузата, то $AM = CM$. Тогава $\triangle AMK \cong \triangle CMH$ по II признак и $AK = CH = 6$ см.



30. Иванчо живее в 10-етажна сграда. Асансьорът в сградата се движи с една и съща постоянна скорост нагоре и надолу. Иванчо слиза с него за 20 сек. от етаж, на който живее, а се качва за 24 сек., защото не успява да стигне бутона на своя етаж и слизайки на по-долен етаж, изминава оставащото разстояние по стълбите до вкъщи с 2 пъти по-малка скорост от тази на асансьора. На кой етаж живее Иванчо?

А) осми

Б) седми

В) шести

Г) пети

Решение: **Отг. В).** Нека x е разстоянието между няколко етажа, което асансьорът минава за време, два пъти по-малко, отколкото времето, за което Иванчо преодолява по стълбите пеша след като слезе от асансьора. От друга страна времето пеша е с $24 - 20 = 4$ сек. повече, отколкото времето t на асансьора за разстоянието x . Следователно за времето пеша на Иванчо е вярно равенството $t + 4 = 2t$. От където намираме че времето на асансьора $t = 4$ сек. за разстоянието x . Тъй като за слизване с асансьора са необходими 20 сек., а 4 сек. са $\frac{1}{5}$ от 20 сек., то x е $\frac{1}{5}$ от разстоянието от дома на Иванчо до първия етаж. Ако тази $\frac{1}{5}$ част е 2 или повече етажа в сградата, то между I етаж и етаж, на който живее Иванчо, би имало 10 или повече етажи. Но това е невъзможно, защото сградата е 10-етажна. Заключаваме, че тази $\frac{1}{5}$ част е точно разстоянието между два съседни етажа. Това означава, че с асансьора Иванчо слиза на петия етаж ($4 \cdot 4 = 16$ сек.) и продължава пеш един етаж нагоре (8 сек.). Така установяваме, че Иванчо живее на шестия етаж.

Задачата може да се реши и само като се съобрази кои са делителите на 20 и се отчете, че разстоянията между етажите са с 1 по малко от броя на етажите.

32. Средноаритметичното на годините на майката, бащата и трите деца в едно семейство е 21 години, а средноаритметичното на годините на трите деца е 11 години. На колко години е бащата, ако той е с 4 години по-възрастен от майката?

Решение: **Отг. Г).** Сборът от годините на децата е $3 \cdot 11 = 33$. Ако означим с x годините на бащата, то майката е на $x - 4$ години и от условието получаваме $\frac{x + (x - 4) + 33}{5} = 21$.

Оттук $x = 38$ години.

33. Всяка от отсечките $a = 5 \text{ dm}$, $b = 7 \text{ dm}$ и $c = 9 \text{ dm}$ е страна или височина на даден успоредник. Възможно най-голямото лице на успоредника в квадратни дециметри е:

А) 21

Б) 35

В) 45

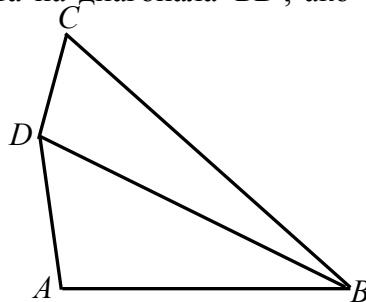
Г) 63

Решение: **Отг. Г)** Ако допуснем, че две от отсечките са страни, то най-голямо лице може да се получи при страна 9 дм. и височина към нея 5 дм. Ако допуснем, че две от отсечките са височини 7 дм. и 5 дм., то най-голямо лице може да се получи при страна 9 дм. и височина към нея 7 дм. Ако височините са 9 дм. и 5 дм., то отново възможно най-голямото лице е 63 кв.дм. при страна 7 дм., към която е спусната височина от 9 дм. Т. е. възможно най-голямото лице на успоредника се получава от $9 \cdot 7 = 63$. Верният отговор е Г).

34. На един остров живеят рицари, които винаги казват истината, и лъжци, които винаги лъжат. Част от жителите твърдят, че броят на рицарите на острова е четно число, а останалите твърдят, че броят на лъжците на острова е нечетно число. Кое от посочените числа **НЕ** може да е броят на жителите на този остров?

Решение: **Отг. Б).** Ако двама от жителите изказват едно и също твърдение, то двамата са едновременно рицари или лъжци. Оттук следва, че са възможни два случая: първото твърдение да е изказано от рицарите на острова, а второто – от лъжците или първото твърдение да е изказано от лъжците на острова, а второто – от рицарите. В първия случай броят на рицарите е четно число и броят на лъжците е също четно число. Във втория случай броят на рицарите е нечетно число и броят на лъжците е също нечетно число. Общият брой на жителите и в двата случая е четно число (четно + четно = четно и нечетно + нечетно = четно). От посочените числа само числото **35 в Б)** е нечетно.

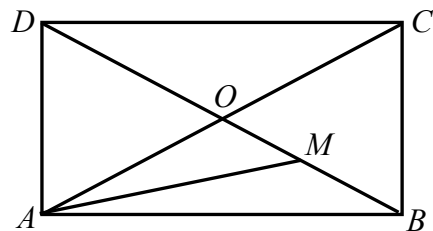
35. Даден е четириъгълник $ABCD$ със страни $AB = 8 \text{ см}$, $BC = 16 \text{ см}$, $CD = 4 \text{ см}$ и $AD = 6 \text{ см}$. Намерете дължината на диагонала BD , ако тя е цяло число сантиметри.



Решение: **Отг. 13 см.** От неравенството на триъгълника за $\triangle ABD$ следва, че $BD < 14$ см, а от същото неравенство за $\triangle DBC$ – съответно, че $BD > 12$ см. Единственото цяло число между 12 и 14 е 13, откъдето заключаваме, че $BD = 13$ см.

36. Г) От условието следва, че карамфилите и лалетата са съответно на лехи с номера 2 и 4. Нека карамфилите са на леха 2, а лалетата са на леха 4. Тъй като карамфилите са единствения съсед на герберите, то герберите са в леха с номер 1. Розите не бива да са до карамфилите и следователно са в леха с номер 5. За хризантемите остава леха с номер 3. Ако лалетата са в леха с номер 2, а карамфилите са в леха с номер 4, то те могат да са единствен съсед на герберите, ако герберите са в леха с номер 5. До карамфилите не са розите и тогава розите са в леха 1. За хризантемите отново остава леха номер 3.

38. Диагоналите на правоъгълника $ABCD$ се пресичат в точка O . Ако точката M е средата на отсечката BO , то колко процента е лицето на $\triangle AMO$ от лицето на правоъгълника?

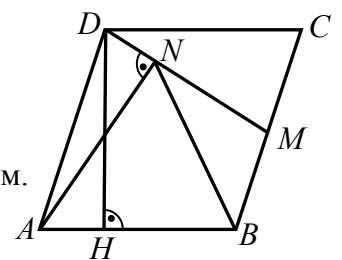


Решение: **Отг. А).** Ще използваме, че медианата в един триъгълник разделя триъгълника на два равнолицеви триъгълника. Тъй като AM е медиана в $\triangle ABO$ и BO

е медиана в $\triangle ABC$, то $S_{AMO} = \frac{1}{2}S_{ABO} = \frac{1}{4}S_{ABC} = \frac{1}{8}S_{ABCD}$. Тогава $\frac{S_{AMO}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{8} = 12,5\%$.

40. Даден е успоредник $ABCD$ с височина $DH = 6$ см ($H \in AB$).

Нека M е средата на страната BC и $AN \perp DM$ ($N \in DM$). Да се намери лицето на успоредника в квадратни сантиметри, ако $BN = 4,4$ см.



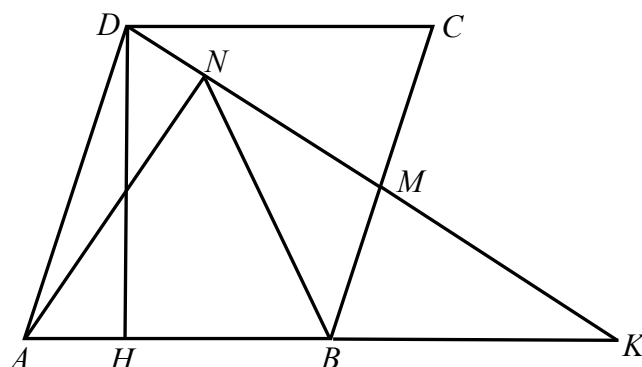
А) 26,4

Б) 22,4

В) 18,8

Г) 16,4

Решение:



Нека K е пресечната точка на правите AB и DM . Тъй като триъгълниците DMC и KMB са еднакви по II признак, то $BK = CD = AB$. Следователно NB е медиана в правоъгълния $\triangle AKN$ и $AB = BN = 4,4$ см, откъдето $S_{ABCD} = AB \cdot DH = 4,4 \cdot 6 = 26,4$ кв. см.

41. В една област има 3 града: А, Б и В. Жителите на А винаги казват истината, жителите на Б винаги лъжат, а жителите на В – ако веднъж са излъгали, следващия път задължително казват истината, а ако са казали истината, следващия път задължително лъжат. В един от градовете избухнал пожар и жител от областта провел следния разговор с дежурния на единствената пожарна:

- В нашия град има пожар!
- Къде е пожарът?
- В град В.

За кой от градовете трябвало да се отпрати пожарната?

- А) А Б) Б В) В Г) не може да се определи

Решение: Отг.А) Жителят, който се обадил за пожара изказал 2 твърдения « В нашия град има пожар» и « Пожарът е в град В». Обадилият се не е жител на А, защото двете твърдения са противоречиви. Той не може да е и жител на В, защото двете твърдения са верни, а това противоречи на условието. Ако сигнализиралият за пожара е жител на Б, то от първото твърдение следва, че пожарът не е във град Б, а от второто твърдение следва, че и в град В няма пожар. Следователно единствено възможно е обаждането да е от жител на град Б и пожарът да е в град А.

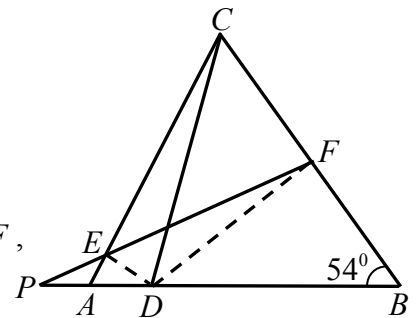
42. В парламентарни избори на една държава участвали всички пълнолетни граждани, които са гласували за регистрираните партии. Гласувалите за партията на математиците обичат математиката, а 80% от гласувалите за останалите партии не обичат математиката. Най-малко колко процента са гласували за партията на математиците, ако точно 52% от пълнолетните жители на тази държава обичат математиката?

- А) 35% Б) 52% В) 42% Г) 40%

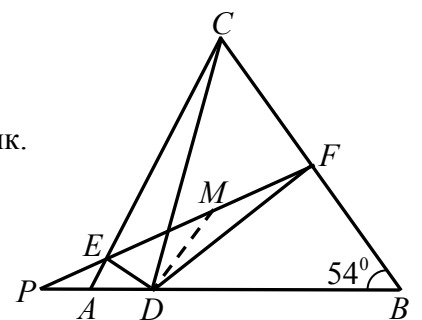
Решение: Отг.Г) Ако означим с P броя на пълнолетните жители, а с M – броя на гласувалите за партията на математиците, то гласувалите за останалите партии са $P - M$. Тези, които обичат математиката са $0,52P$, а тези, които не обичат математиката са $0,48P$. От неравенството $0,8(P - M) \geq 0,48P$ намираме, че $\frac{M}{P} \geq \frac{2}{5}$.

Това означава, че партията на математиците е събрала най-малко $\frac{2}{5} \cdot 100 = 40\%$ от всички гласове.

43. Даден е $\triangle ABC$, в който $AB > AC$ и $\angle ABC = 54^\circ$. Точката D е от страната AB така, че $CD = BD$, а ъглополовящите на ъглите ADC и BDC пресичат страните AC и BC съответно в точките E и F . Ако правата EF пресича правата AB в точка P и $2PD = EF$, да се намери градусната мярка на $\angle PED$.



Решение: Отг. Б) Тъй като DF е ъглополовяща в равнобедрения $\triangle CBD$ ($CD = BD$ по условие), то DF е и височина в този триъгълник. Заклучаваме, че $\angle DFB = 90^\circ$. Освен това $\angle EDF = 90^\circ$, защото



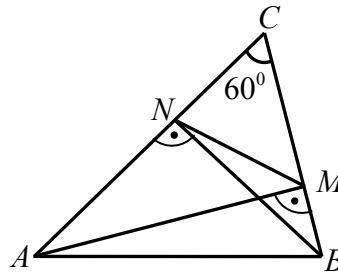
раменете му са ъглополовящи на съседни ъгли. Ако M е средата на хипотенузата EF в правоъгълния $\triangle EFD$, то $DM = \frac{1}{2}EF$ (медиана към хипотенузата в правоъгълен триъгълник) и от условието следва, че $PD = DM$. Следователно $\triangle MPD$ е равнобедрен и заключаваме, че ако $\angle MFD = x$, то $\angle DPE = \angle PMD = 2\angle MFD = 2x$. Тогава от $\triangle PBF$ получаваме $2x + x + 90^\circ + 54^\circ = 180^\circ$, откъдето $x = 12^\circ$. Тъй като $\angle PED$ е външен за $\triangle EFD$, то $\angle PED = 90^\circ + 12^\circ = 102^\circ$.

44. Ася и Ваня купили по една кутия с един и същ брой пликчета с боя за яйца. С едно пликче могат да се боядисат 5 или 6 яйца. За празника в училище Ася боядисала 154 яйца с всички свои пликчета, а Ваня – 175 яйца, като също употребила всичките си пликчета. По колко пликчета има в една кутия?

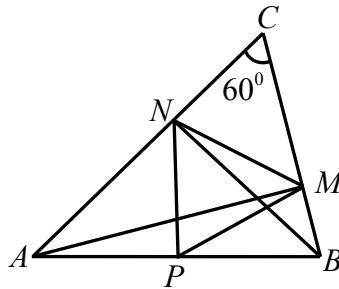
- А) по-малко от 26 Б) 26 В) 30 Г) повече от 30

Решение: Отг. В). Ако пликчетата в една кутия са по-малко от 30, т.е. най-много 29, то Ваня би боядисала най-много $29 \cdot 6 = 174$ яйца. Но тя е боядисала 175 яйца и следователно пликчетата са поне 30. Ако броят на пликчетата в една кутия е по-голям от 30, т.е. ако той е поне 31, то Ася би боядисала поне $31 \cdot 5 = 155$ яйца. Но тя е боядисала 154 и следователно пликчетата са най-много 30. Така заключаваме, че всяка кутия съдържа точно 30 пликчета.

46. Даден е остроъгълен $\triangle ABC$ с $\angle ACB = 60^\circ$. Да се намери периметърът на $\triangle ABC$ в сантиметри, ако периметърът на $\triangle NMC$ е 11 см, където AM ($M \in BC$) и BN ($N \in AC$) са височините съответно към страните BC и AC в $\triangle ABC$.



Решение: А)

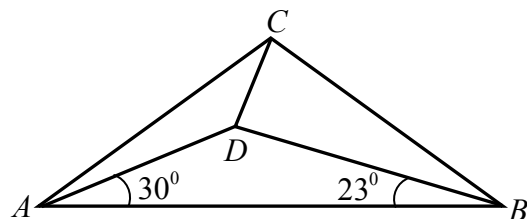


Ако P е средата на страната AB , то MP и NP са медиани съответно в правоъгълните триъгълници ABM и ABN , откъдето имаме, че $MP = NP = \frac{1}{2}AB$. От друга страна $\angle NPM = 180^\circ - (\angle APN + \angle BPM)$. Но триъгълниците APN и BPM са равнобедрени ($AP = NP$ и $BP = MP$) и отгук $\angle APN = 180^\circ - 2\angle BAC$ и $\angle BPM = 180^\circ - 2\angle ABC$. Тогава

$$\begin{aligned} \angle NPM &= 180^\circ - (180^\circ - 2\angle BAC + 180^\circ - 2\angle ABC) = \\ &= 180^\circ - (360^\circ - 2(180^\circ - \angle ACB)) = 180^\circ - 2\angle ACB = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ. \end{aligned}$$

Получаваме, че един от ъглите в равнобедрения $\triangle PMN$ е равен на 60° , откъдето следва, че този триъгълник е равностранен и в частност $NM = \frac{1}{2}AB$. В $\triangle AMC$ катетът CM е срещу ъгъл от 30° , така че $CM = \frac{1}{2}AC$. Аналогично $CN = \frac{1}{2}BC$ и следователно $11 = NM + CM + CN = \frac{1}{2}(AB + AC + BC)$. Тогава периметърът на $\triangle ABC$ е $2 \cdot 11 = 22$ см.

49. Даден е равнобедрен $\triangle ABC$ ($AC = BC$) с $\angle ACB = 106^\circ$. Точката D е във вътрешността на триъгълника така, че $\angle DAB = 30^\circ$ и $\angle ABD = 23^\circ$. Да се намери мярката на $\angle BDC$.



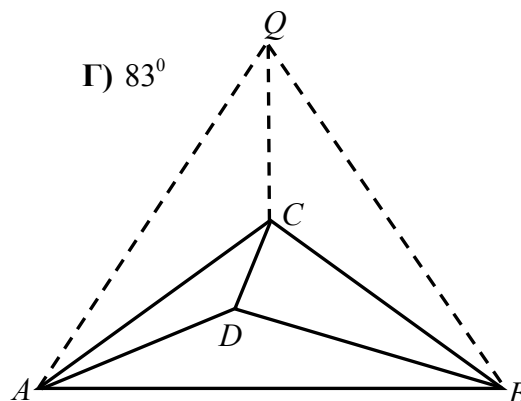
А) 90°

Б) 87°

В) 85°

Г) 83°

Решение: **Отговор Г).**



Тъй като $\angle ACB = 106^\circ$, то $\angle BAC = \angle ABC = \frac{1}{2}(180^\circ - 106^\circ) = 37^\circ$. Нека Q е точка в същата полуравнина спрямо AB , както и C така, че $\triangle ABQ$ е равностранен. Тогава $\angle QBC = \angle ABQ - \angle ABC = 60^\circ - 37^\circ = 23^\circ = \angle ABD$. От друга страна, $\triangle CBQ \cong \triangle CAQ$ по III признак, откъдето $\angle CQB = \angle CQA = 30^\circ$ и получаваме, че $\angle DAB = \angle CQB$. Следователно $\triangle ABD \cong \triangle QBC$ по II признак и заключаваме, че $BD = BC$, т.е. $\triangle CDB$ е равнобедрен и $\angle BDC = \angle BCD = \frac{1}{2}(180^\circ - 14^\circ) = 83^\circ$.

50. Върху стените на кубче са записани точно по веднъж числата от 1 до 6. Ако една от стените е избрана за основа и кубчето е поставено на нея, то сумата на числата върху околните стени е 13. При друг избор на основа сумата на числата върху околните стени става 12. Кое е числото върху стената, която е противоположна на стената с числото 1?

А) 2

Б) 3

В) 4 или 5

Г) 6

Решение: **Отг. Б).** Сумата на числата от 1 до 6 е 21. След като при първия избор на основа сумата на числата върху околните стени е 13, то сумата на числата върху двете основи (долна и горна) е $21 - 13 = 8$. Съществуват две възможности за сумата на числата върху тези противоположни стени: 2 и 6 или 3 и 5. Да предположим, че 3 и 5 са върху двете основи. От втория избор следва, че сумата на числата върху две противоположни стени (двете нови основи) е $21 - 12 = 9$. Това се реализира в два случая: 3 и 6 или 4 и 5. Във всеки от тези два случая участва или 3, или 5, откъдето заключаваме, че 3 и 5 не могат да са върху противоположни стени. Остава втората възможност от първия избор, а именно, че 2 и 6 са върху противоположни стени. Тогава единствената възможност от втория избор на основа е 5 и 4 да са върху противоположни стени. Следователно оставащите две числа 1 и 3 са също върху противоположни стени.