

## УЧЕБНА ПРОГРАМА ЗА ПРОФИЛИРАНА ПОДГОТОВКА ПО МАТЕМАТИКА

## МОДУЛ 1. ГЕОМЕТРИЯ

## КРАТКО ПРЕДСТАВЯНЕ НА УЧЕБНАТА ПРОГРАМА

Обучението в модул „Геометрия“ е насочено към овладяване на задълбочени компетентности, свързани с постигане на държавните образователни стандарти по математика за профилирана подготовка и с изграждането на умения за моделиране на реални или теоретични ситуации с изучените средства, умения за интерпретиране на получените резултати и разглеждане на поставените проблеми като съвкупност от отделни подпроблеми.

Основната цел на модула е векторно-аналитичното изучаване на планиметрията и стереометрията.

Изучаването на темите в модул „Геометрия“ развива ключови компетентности в областта на природните науки и съвременните технологии, пространствено виждане, както и уменията за учене цял живот.

Векторният апарат е в основата на различни дялове от физиката, особено в механиката при изучаването на движението на телата и силите, които им действат в различни ситуации.

Коничните сечения (елипса, хипербола и парабола), както и ротационните тела имат приложение в изучаването на оптиката.

## УЧЕБНО СЪДЪРЖАНИЕ

Теми	Компетентности като очаквани резултати от обучението	Нови понятия и закони
<b>1. Вектори и координати</b>		
1.1. Линейна зависимост и независимост на вектори в равнината и в пространството.	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>знае понятията линейна зависимост и независимост на вектори;</li> </ul>	Линейна зависимост на вектори, линейна независимост на вектори.

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• умее да определя линейна зависимост и независимост на вектори.</li> </ul>	
1.2. Векторна база в равнината и в пространството.	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знае, че ако в равнината (или пространството) е избрана векторна база, всеки вектор в равнината (или пространството) може да се представи като линейна комбинация на векторите от базата;</li> <li>• умее да разлага вектор като линейна комбинация на векторите от базата в конкретни ситуации в равнината и в пространството.</li> </ul>	Векторна база.
1.3. Скаларно произведение на два вектора.	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знае скаларно произведение на два вектора;</li> <li>• умее да намира скаларно произведение на два вектора;</li> <li>• знае свойствата на скаларното произведение.</li> </ul>	Скаларно произведение.
1.4. Приложение на скаларното произведение – дължина на вектор; ъгъл между два вектора.	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• умее да намира дължина на вектор;</li> <li>• умее да намира ъгъл между два вектора.</li> </ul>	Ъгъл между два вектора.
1.5. Координати на вектор в равнинна правоъгълна координатна система.	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знае понятието координати на вектор в равнинна правоъгълна координатна система;</li> <li>• умее да намира координати на точка;</li> <li>• умее да намира разстояние между две точки.</li> </ul>	Координати на вектор.
1.6. Операции с вектори, зададени с координати.	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• умее да намира сбор на вектори, зададени в</li> </ul>	Сбор на вектори, зададени с

	<p>координатна форма;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• умее да намира произведение на число с вектор, зададен в координатна форма;</li> <li>• умее да определя координатите на вектор, зададен чрез линейна комбинация на други вектори;</li> <li>• умее да намира скаларното произведение на два вектора в равнината чрез координатите им;</li> <li>• умее да намира ъгъл между два вектора, зададени чрез координатите им.</li> </ul>	<p>координати, линейна комбинация на вектори, скаларно произведение на два вектора, зададени с координати, ъгъл между два вектора, зададени с координати.</p>
<b>2. Аналитична геометрия в равнината</b>		
2.1. Уравнение на права.	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знае общо уравнение на права;</li> <li>• умее да намира уравнение на права през две точки;</li> <li>• умее да намира декартово уравнение на права.</li> </ul>	<p>Общо уравнение на права, декартово уравнение на права, ъглов коефициент.</p>
2.2. Взаимно положение на две прави.	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знае условия за успоредност на две прави, зададени аналитично;</li> <li>• знае условие за перпендикулярност на две прави, зададени аналитично;</li> <li>• умее да намира ъгъл между две прави.</li> </ul>	
2.3. Приложение на векторите и аналитичната геометрия за	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• умее да намира координати на среда на отсечка;</li> </ul>	

<p>решаване на триъгълник.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• умее да намира координати на медицентър на триъгълник;</li> <li>• умее да намира уравненията на правите, на които лежат страните, височините и медианите на триъгълник, зададен чрез координатите на неговите върхове;</li> <li>• умее да намира координати на петата на височина в триъгълник;</li> <li>• умее да намира периметър и лице на триъгълник, зададен чрез координатите на неговите върхове.</li> </ul>	
<p>2.4. Канонично уравнение на окръжност.</p>	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знае канонично уравнение на окръжност;</li> <li>• знае да намира канонично уравнение на окръжност по три точки, зададени с техните координати;</li> <li>• знае да намира пресечни точки на окръжност, зададена с канонично уравнение и права, зададена с общо уравнение;</li> <li>• умее да изобразява окръжност, зададена с канонично уравнение в координатната равнина.</li> </ul>	<p>Канонично уравнение на окръжност.</p>
<p>2.5. Канонично уравнение на елипса, хипербола и парабола.</p>	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знае канонично уравнение на елипса, хипербола и парабола, техните елементи и графичните им изображения.</li> </ul>	<p>Уравнение на елипса, уравнение на хипербола, уравнение на парабола,</p>

		фокус на елипса, фокус на хипербола, фокус на парабола, фокусни разстояния на елипса, фокусни разстояния на хипербола, върхове на елипса, върхове на хипербола, оси на елипса, център на елипса, център на хипербола.
<b>3. Стереометрия</b>		
3.1. Първични понятия и аксиоми в стереометрията.	<b>Ученикът:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знае основните аксиоми на стереометрията;</li> <li>• умее да аргументира взаимно положение на точки, прави и равнини в пространството.</li> </ul>	
3.2. Успоредност в пространството.	<b>Ученикът:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• умее да аргументира успоредност между права и равнина;</li> <li>• умее да аргументира успоредност между две равнини.</li> </ul>	
3.3. Перпендикулярност в пространството.	<b>Ученикът:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• умее да аргументира перпендикулярност между права и равнина в пространството;</li> <li>• знае теоремата за трите перпендикуляра.</li> </ul>	
3.4. Перпендикулярен и наклонен.	<b>Ученикът:</b>	

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• знае да намира ъгъл между права и равнина;</li> <li>• знае връзката между наклонени, техните ортогонални проекции и ъглите, които наклонените сключват с проекционната равнина.</li> </ul>	
3.5. Двустенен ъгъл. Перпендикулярност на две равнини.	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• умее да намира двустенни ъгли;</li> <li>• умее да аргументира перпендикулярност на две равнини;</li> <li>• умее да намира разстояние между точка и равнина.</li> </ul>	
3.6. Многостен.	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знае многостените призма и пирамида, техните елементи и свойства;</li> <li>• умее да намира елементи на прави призми и пирамиди.</li> </ul>	
3.7. Сечение на многостен с равнина.	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• умее да построява сечението на многостен с равнина;</li> <li>• умее да определя вида и лицето на сечението;</li> <li>• знае връзката между лице на многоъгълник и неговата ортогонална проекция върху равнина.</li> </ul>	Пресечена пирамида, успоредно сечение, диагонално сечение.
3.8. Ос на кръстосани прави.	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знае да намира разстоянието между две кръстосани прави.</li> </ul>	Ос на кръстосани прави, ос отсечка.

3.9. Ротационни тела.	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знае ротационните тела: прав кръгов цилиндър, прав кръгов конус, сфера, кълбо, техните елементи и свойства;</li> <li>• умее да намира елементи на ротационно тяло;</li> <li>• умее да намира лице на осно и успоредно сечение.</li> </ul>	Осно сечение, успоредно сечение, пресечен конус.
-----------------------	--	--

### **ХОРАРИУМ ЗА МОДУЛА**

Годишен брой часове за изучаване на модула в XI клас – 72 часа

Годишен брой часове за изучаване на модула в XII клас – 0 часа

#### ***Допълнителни уточнения за конкретния модул:***

1. Темите по аналитична геометрия да са насочени към алгоритмизирано намиране на основни елементи на геометрични фигури с цел показване на връзката между алгебра и геометрия. Полезно е да се покаже връзката с механиката. Добре е да се илюстрират и с компютърни модели, които чертаят фигурите аналитично.

2. Приложението на векторния апарат в стереометрията може да се съчетае с показване на различни методи при решаване на задачите: аналитичен (векторен) и синтетичен (геометричен). В темите по стереометрия е добре да се набляга на разбиването на стереометрична задача на геометрични подзадачи, в които се прилагат различни знания и подходи.

3. Препоръчително е умението да изобразява окръжност, зададена с канонично уравнение в координатната равнина от тема 2.4 и всички умения от 2.5, да се оценяват с проекти.

4. В темите за сечения, както и в темите за ротационни тела е желателно да се използват компютърни модели за илюстрация на получените фигури и тела, с което се реализират връзки с информационните технологии.

5. Подходящи теми за самостоятелни проекти в модул „Геометрия“ са задачи, свързани с изследване на разнообразни сечения на тела, конструиране на пространствени модели или съпоставка на аналитичен и геометричен подход при решаване на задачи.

## СПЕЦИФИЧНИ МЕТОДИ И ФОРМИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ НА ПОСТИЖЕНИЯТА НА УЧЕНИЦИТЕ

Оценяването на знанията и уменията на учениците е в съответствие с предвидените в програмата очаквани резултати и дейности.

Ученикът е необходимо предварително да е информиран за критериите и системата за оценяване на постиженията му.

Съотношение при формиране на срочна и годишна оценка:

Текущи оценки от работа в клас, участие в групови обсъждания и дискусии	20%
Текущи оценки от домашни работи	15%
Текущи оценки от практически задания в клас	15%
Оценки от работа по проект	15%
Оценки от писмени изпитвания	35%



**УЧЕБНА ПРОГРАМА ЗА ПРОФИЛИРАНА ПОДГОТОВКА ПО МАТЕМАТИКА**  
**МОДУЛ 2. ЕЛЕМЕНТИ НА МАТЕМАТИЧЕСКИЯ АНАЛИЗ**

**КРАТКО ПРЕДСТАВЯНЕ НА УЧЕБНАТА ПРОГРАМА**

Обучението в модул “Елементи на математическия анализ” е насочено за овладяване на компетентности, свързани с постигане на държавните образователни стандарти по математика за профилирана подготовка, изграждане на умения за моделиране на реални или теоретични ситуации с изучените средства, умения за интерпретиране на получените резултати и за разглеждане на поставените проблеми като съвкупност от отделни проблеми.

Основната цел на модула е изучаване на някои елементи на математическия анализ и придобиване на основни изчислителни умения в тази област. Темата „Полиноми на една променлива” надгражда знания, получени от обучението по математика в общообразователната подготовка.

**УЧЕБНО СЪДЪРЖАНИЕ**

Теми	Компетентности като очаквани резултати от обучението	Нови понятия
<b>1. Полиноми на една променлива</b>		
1.1 Определение. Операции с полиноми 1.2 Теорема на Безу 1.3 Схема на Хорнер 1.4 Нули на полином 1.5 Рационални корени на уравнение с цели коефициенти 1.6 Решаване на уравнения и неравенства от по-висока степен	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знае понятието полином на една променлива;</li> <li>• умее да определя коефициенти и степен на полином;</li> <li>• знае общ вид на полином от <math>n</math>-та степен;</li> <li>• умее да събира, изважда и умножава полиноми;</li> <li>• умее да дели полиноми;</li> <li>• знае теорема на Безу;</li> <li>• умее да прилага схемата на Хорнер за разлагане на</li> </ul>	<p>Полином на една променлива, деление на полиноми, нула (корен) на полином, стойност на полином, реципрочно уравнение.</p>

	<p>полиноми;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знае понятието нула (корен) на полином;</li> <li>• знае понятието равенство на полиноми;</li> <li>• умее да намира нули на полином;</li> <li>• умее да намира стойност на полином;</li> <li>• умее да превръща число от <math>p</math>-ична бройна система в десетична;</li> <li>• умее да разлага полиноми на множители;</li> <li>• умее да намира рационални корени на уравнения с цели коефициенти;</li> <li>• знае понятието реципрочно уравнение;</li> <li>• умее да решава реципрочни уравнения до 6 степен включително;</li> <li>• умее да решава уравнения и неравенства от по-висока степен.</li> </ul>	
<p><b>2. Числови редици</b></p>		
<p>2.1 Метод на математическата индукция 2.2 Нютонов бином 2.3 Числови редици 2.4 Теорема за граници 2.5 Сума на безкрайно намаляваща геометрична прогресия</p>	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• умее да прилага метода на математическата индукция при: <ul style="list-style-type: none"> <li>– доказване на формула за общ член на числова редица;</li> <li>– доказване на твърдения;</li> </ul> </li> <li>• знае понятието Нютонов бином;</li> <li>• умее да пресмята биномни коефициенти;</li> <li>• знае свойствата на биномните коефициенти;</li> <li>• знае понятието числова редица и понятията, свързани с</li> </ul>	<p>Математическа индукция, Нютонов бином, триъгълник на Паскал, ограничена числова редица, граница на числова редица, сходяща редица, разходяща редица</p>

	<p>него;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знае понятието ограничена редица;</li> <li>• умее да доказва твърдения, свързани с монотонност на редица;</li> <li>• умее да доказва твърдения, свързани с ограниченост на редица;</li> <li>• знае понятието граница на числова редица;</li> <li>• знае свойствата на сходящите редици;</li> <li>• умее да доказва твърдения, свързани със сходимост на редици;</li> <li>• умее да намира граница на редица;</li> <li>• умее да намира границите на редици чрез използване на основните граници - <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}</math>, <math>\lim_{n \rightarrow \infty} q^n</math>, <math> q  &lt; 1</math>, <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n</math>;</li> <li>• знае теоремите за граници на числови редици;</li> <li>• прилага теоремите за граници на числови редици;</li> <li>• знае понятието сума на безкрайно намаляваща геометрична прогресия;</li> <li>• умее да намира сума на безкрайно намаляваща геометрична прогресия.</li> </ul>	<p>безкрайно намаляваща геометрична прогресия.</p>
<p><b>3. Функции. Непрекъснатост и диференцируемост</b></p>		
<p>3.1 Функция. Начини на задаване 3.2 Съставна функция</p>	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знае понятието функция;</li> </ul>	<p>Ограничена функция,</p>

<p>3.3 Граница на функция</p> <p>3.4 Основни граници</p> <p>3.5 Теореме за граница на функция</p> <p>3.6 Непрекъснатост</p> <p>3.7 Теореме за непрекъснатост</p> <p>3.8 Производна на функция</p> <p>3.9 Таблични производни</p> <p>3.10 Теореме за диференцируемост</p> <p>3.11 Производна на съставна функция</p> <p>3.12 Връзка между непрекъснатост и диференцируемост</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• знае видовете функции: ограничена/неограничена; растяща/намаляваща; четна/нечетна; периодична/непериодична;</li> <li>• умее да намира сбор, разлика, произведение и частно на функции;</li> <li>• знае понятието съставна (сложна) функция;</li> <li>• знае понятието граница на функция;</li> <li>• знае понятието лява, дясна граница на функция;</li> <li>• знае основните граници на функции (<math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0</math>, <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1</math>, <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e</math>, <math>\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e</math>);</li> <li>• знае теоремите за граница на функция;</li> <li>• умее да намира граница на функция;</li> <li>• знае понятието непрекъснатост на функция в точка;</li> <li>• знае понятието непрекъснатост на функция в интервал;</li> <li>• знае теоремите за непрекъснатост;</li> <li>• умее да додефинира функция в точка, така че да е непрекъсната;</li> <li>• знае понятието производна на функция;</li> <li>• знае табличните производни;</li> <li>• знае теоремите за диференциране на функция;</li> <li>• умее да намира производна на функция;</li> <li>• знае връзката между непрекъснатост и диференцируемост.</li> </ul>	<p>неограничена функция,</p> <p>сбор на функции,</p> <p>разлика на функции,</p> <p>произведение на функции,</p> <p>частно на функции,</p> <p>съставна функция,</p> <p>граница на функция,</p> <p>лява граница на функция,</p> <p>дясна граница на функция,</p> <p>непрекъсната функция в точка,</p> <p>непрекъсната функция в интервал,</p> <p>точка на прекъсване,</p> <p>диференчно частно,</p> <p>производна на функция,</p> <p>диференцируемост на функция.</p>
--	---	---

## **ХОРАРИУМ ЗА МОДУЛА**

Годишен брой часове за изучаване на модула в XI клас – 72 часа

Годишен брой часове за изучаване на модула в XII клас – 0 часа

### ***Допълнителни уточнения за конкретния модул:***

Знанията трябва да се излагат предимно на приложно ниво. Не бива да се залита в излишно задълбаване в теорията и самоцелни подробности.

## **СПЕЦИФИЧНИ МЕТОДИИ ФОРМИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ НА ПОСТИЖЕНИЯТА НА УЧЕНИЦИТЕ**

Оценяването на знанията и уменията на учениците е в съответствие с предвидените в програмата очаквани резултати и дейности.

Ученикът е необходимо предварително да е информиран за критериите и системата за оценяване на постиженията му.

Съотношение при формиране на срочна и годишна оценка:

Текущи оценки от работа в клас, участие в групови обсъждания и дискусии	20%
Текущи оценки от домашни работи	15%
Текущи оценки от практически задания в клас	15%
Оценки от работа по проект	15%
Оценки от писмени изпитвания	35%

**УЧЕБНА ПРОГРАМА ЗА ПРОФИЛИРАНА ПОДГОТОВКА ПО МАТЕМАТИКА**

**МОДУЛ 3. ПРАКТИЧЕСКА МАТЕМАТИКА**

**КРАТКО ПРЕДСТАВЯНЕ НА УЧЕБНАТА ПРОГРАМА**

Обучението в модул „Практическа математика“ е насочено за придобиване на компетентности, свързани с постигане на държавните образователни стандарти по математика за профилирана подготовка, изграждане на умения за моделиране на реални или теоретични ситуации с изучените средства, умения за интерпретиране на получените резултати и за разглеждане на поставените проблеми като съвкупност от отделни проблеми.

Основната цел на модула е изучаване на някои приложения на знанията по математика, придобити с изучаване на първите два модула на профилираната подготовка.

**УЧЕБНО СЪДЪРЖАНИЕ**

Теми	Компетентности като очаквани резултати от обучението	Нови понятия
<b>1. Приложения на математическия анализ</b>		
1.1 Геометричен смисъл на понятието производна.	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>знае понятието геометричен смисъл на</li> </ul>	Геометричен смисъл на понятието

<p>1.2 Производни на функции от по-висок ред. Втора производна на функция.</p> <p>1.3 Механичен смисъл на понятието производна.</p> <p>1.4 Признаци за растене и намаляване на функция.</p> <p>1.5 Най-голяма и най-малка стойност на функция.</p> <p>1.6 Изпъкналост и вдлъбнатост на функция. Инфлексни точки.</p> <p>1.7 Асимптоти.</p> <p>1.8 Допирателни. Допирателни към криви от втора степен.</p> <p>1.9 Изследване на полиномни функции. Графика.</p> <p>1.10 Изследване на дробно-линейна функция. Графика.</p>	<p>производна;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знае понятието производна на функция от по-висок ред;</li> <li>• умее да намира производни от по-висок ред;</li> <li>• знае понятието механичен смисъл на производна на функция;</li> <li>• умее да прилага производна на функция за намиране на интервали на монотонност на функция;</li> <li>• знае понятията най-голяма и най-малка стойност на функция;</li> <li>• умее да намира най-голяма и най-малка стойност на функция;</li> <li>• знае понятието локален екстремум на функция;</li> <li>• умее да прилага производна на функция за намиране на локални екстремуми на функция;</li> <li>• знае понятието изпъкналост, вдлъбнатост на функция;</li> <li>• умее да прилага производна на функция за намиране на интервали на изпъкналост и вдлъбнатост на функция;</li> <li>• знае понятието инфлексна точка;</li> </ul>	<p>производна на функция,</p> <p>производна на функция от по-висок ред,</p> <p>механичен смисъл на понятието производна на функция,</p> <p>локален екстремум на функция,</p> <p>най-голяма и най-малка стойност на функция,</p> <p>изпъкналост на функция,</p> <p>вдлъбнатост на функция,</p> <p>инфлексна точка,</p> <p>хоризонтална асимптота,</p> <p>вертикална асимптота,</p> <p>допирателна към крива от втора степен,</p> <p>криволинеен трапец.</p>
---	--	--

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• умее да намира инфлексни точки на функция;</li> <li>• знае понятието асимптота (хоризонтална и вертикална);</li> <li>• умее да намира асимптоти на функция;</li> <li>• знае понятието допирателна към крива в точка;</li> <li>• умее да намира допирателна към крива в точка;</li> <li>• умее да изследва полиномна и дробно-линейна функция;</li> <li>• умее да решава екстремални задачи чрез моделиране с функции.</li> </ul>	
<b>2. Геометрични модели</b>		
<p>2.1 Екстремални задачи в равнината.</p> <p>2.2 Екстремални задачи в пространството.</p> <p>2.3 Комбинации от ротационни тела.</p> <p>2.4 Комбинации от многостени и сфери.</p>	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• умее да решава екстремални задачи в планиметрията;</li> <li>• умее да решава екстремални задачи в стереометрията;</li> <li>• умее да намира повърхнина и обем на тела, получени чрез въртене на: триъгълник, успоредник или трапец около права, перпендикулярна на една от страните;</li> <li>• умее да намира повърхнина и обем на тела, получени чрез въртене на: триъгълник,</li> </ul>	<p>Вписана сфера, описана сфера.</p>



	<p>успоредник или трапец около една от страните му;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• умее да решава задачи за сфера, описана около правилна призма или пирамида;</li> <li>• умее да решава задачи за сфера, вписана в правилна призма или пирамида.</li> </ul>	
<b>3. Емпирични разпределения</b>		
<p>3.1 Проблем – данни – модел - изводи. Примери на реални експерименти.</p> <p>3.2 Кодиране и трансформации на данни.</p> <p>3.3 Емпирично разпределение и описателни статистики, изключения (аутлаери).</p> <p>3.4 Анализ на диаграми на категорна и количествена променлива.</p> <p>3.5 Анализ на диаграми – зависимост на две категорни променливи.</p> <p>3.6 Диаграма на разсейване, корелационна зависимост.</p>	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• познава етапите на научния метод (експеримент);</li> <li>• умее да разпознава псевдонаучни спекулации;</li> <li>• умее да разпознава систематична от случайна грешка;</li> <li>• умее да подрежда данни от наблюдения в таблица от тип (обект x признак);</li> <li>• умее да определя типа на променливите;</li> <li>• умее да избира подходящо кодиране на категорни променливи;</li> <li>• умее да генерира честотна таблица от данните;</li> <li>• умее да определи свойствата на емпиричното разпределение по диаграма;</li> <li>• умее да открива наблюдения -изключения (аутлаери) върху графично представени данни;</li> </ul>	<p>Модел на експеримент (наблюдения, данни), представителна извадка, систематична грешка, случайна грешка, асиметрия (лява, дясна) на разпределение, емпирична функция на разпределение, трансформация на данни, стандартизация на данни, наблюдения-изключения (аутлаери), категорна променлива, количествена променлива, таблица от данни (обект x признак), честотна таблица,</p>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• умее да определя квартили;</li> <li>• умее да конструира диаграми на разпределението на две променливи (количествена и категорна, две категорни);</li> <li>• умее да прави изводи (за прилики и разлики на обектите от различни категории);</li> <li>• умее да изработва диаграма на разсейване;</li> <li>• умее да оцени наличие на корелационна зависимост по диаграмата на разсейване.</li> </ul>	<p>диаграма на разсейване</p> <p>корелационна зависимост, независими разпределения.</p>
<b>4. Елементи от комбинаториката</b>		
4.1 Съединения с повторения.	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• умее да пресмята пермутации, вариации и комбинации с повторение.</li> </ul>	<p>Пермутации с повторение, вариации с повторение, комбинации с повторение,</p>

### **ХОРАРИУМ ЗА МОДУЛА**

Годишен брой часове за изучаване на модула в XI клас – 0 часа

Годишен брой часове за изучаване на модула в XII клас – 72 часа

#### **Допълнителни уточнения за конкретния модул:**

Модулът има приложна насоченост. При изучаването на някои теми е препоръчително използването на подходящ софтуер.

Препоръчително е уменията: по теми 1.5, 1.7, 1.8, 1.9, 1.10, 1.11 и от 3.1 до 3.6 да се разработват и оценяват с проекти чрез използване на софтуер.

Използването на ИТ може да се осъществи при подготовката на проекти, които илюстрират наученото в темите на модула, и при разработката на проекти с данни от други области, като например география, биология, химия, физика, технологии и предприемачество.

Могат да се използват програми от типа *електронни таблици* (*MS Excel, Open Office Calc, Google Spreadsheet Document*), както и техни вградени команди (функции) и графични възможности, примерно:

- нанасяне на данни от наблюдения/експерименти в табличен вид;
- диаграми на разпределения на данните;
- извършване пресмятания на описателните статистики със стандартните функции (команди) AVERAGE, VAR, STDEV, MEDIAN, MODE, QUARTILE.

## **СПЕЦИФИЧНИ МЕТОДИ И ФОРМИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ НА ПОСТИЖЕНИЯТА НА УЧЕНИЦИТЕ**

Оценяването на знанията и уменията на учениците е в съответствие с предвидените в програмата очаквани резултати и дейности.

Ученикът е необходимо предварително да е информиран за критериите и системата за оценяване на постиженията му.

Съотношение при формиране на срочна и годишна оценка:

Текущи оценки от работа в клас, участие в групови обсъждания и дискусии	20%
Текущи оценки от домашни работи	15%
Текущи оценки от практически задания в клас	15%
Оценки от работа по проект	15%
Оценки от писмени изпитвания	35%

## УЧЕБНА ПРОГРАМА ЗА ПРОФИЛИРАНА ПОДГОТОВКА ПО МАТЕМАТИКА

## МОДУЛ 4. ВЕРОЯТНОСТИ И АНАЛИЗ НА ДАННИ

## КРАТКО ПРЕДСТАВЯНЕ НА УЧЕБНАТА ПРОГРАМА

Обучението в модул „Вероятности и анализ на данни“ е насочено към овладяване на задълбочени компетентности, свързани с постигане на държавните образователни стандарти по математика за профилирана подготовка и с изграждане на умения за моделиране на реални или теоретични ситуации с изучените средства, умения да интерпретира получените резултати и да разглежда поставените проблеми като съвкупност от отделни подпроблеми.

Основната цел на модула е елементарно изучаване на основни елементи от теорията на вероятностите и анализа на емпирични данни – връзката на описателни статистики и диаграми със статистически изводи. Модулът надгражда знанията от областта на вероятностите и анализа на данни, получени в общообразователната подготовка по математика в гимназиалния етап, като акцентът е върху **приложенията и анализа на данните**, а теоретичните знания се представят на идейно ниво.

## УЧЕБНО СЪДЪРЖАНИЕ

Теми	Компетентности като очаквани резултати от обучението	Нови понятия
<b>1. Вероятност</b>		
1.1 Вероятност и независимост. Пълна група събития и формула на пълната вероятност.	<b>Ученикът:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знае какво е независимост на събития;</li> <li>• умее да проверява независимост на събития;</li> </ul>	Пълна група събития (хипотези/причини),

<p>1.2 Формула на Бейс.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• умее да определя разбиване на множеството от елементарните събития на пълна група събития (хипотези/причини);</li> <li>• умее да прилага формулата за пълната вероятност в конкретни ситуации;</li> <li>• умее да прилага формулата на Бейс в конкретни ситуации;</li> <li>• разбира познавателния смисъл на вероятностите априори – апостериори.</li> </ul>	<p>вероятност априори, вероятност апостериори.</p>
<p><b>2. Случайна величина</b></p>		
<p>2.1 Разпределение на дискретна крайна случайна величина. Примери на разпределения. Функция на разпределение.</p> <p>2.2 Математическо очакване (средна стойност), определение и свойства.</p> <p>2.3 Дисперсия и стандартно отклонение на случайна величина.</p> <p>2.4 Модел на научен експеримент.</p>	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• умее да определи разпределение на проста случайна величина;</li> <li>• умее да скицира графиката на функцията на разпределение на случайна величина;</li> <li>• разбира смисъла на понятието случайна величина като модел на реални наблюдения – емпирично разпределение на данните;</li> <li>• разбира математическото очакване като претеглена средна стойност;</li> <li>• умее да пресмята математическо очакване на случайна величина с дадено разпределение;</li> <li>• умее да пресмята дисперсията и съответно стандартното отклонение на случайна величина с дадено разпределение;</li> <li>• умее да интерпретира вероятността за близост на наблюдение до математическото очакване, измерена в стандартни отклонения;</li> <li>• знае етапите на научния експеримент.</li> </ul>	<p>Случайна величина, вероятностно разпределение (функция на вероятността), функция на разпределение, математическо очакване (средна стойност) на случайна величина, дисперсия (вариация) на случайна величина, стандартно отклонение на случайна величина.</p>

<b>3. Биномно разпределение, геометрично разпределение</b>		
<p>3.1 Биномно разпределение. Примери на реални ситуации.</p> <p>3.2 Свойства на биномното разпределение.</p> <p>3.3 Геометрично разпределение. Примери на реални ситуации.</p>	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• умее да моделира реална ситуация на повтарящи се еднотипни експерименти/наблюдения;</li> <li>• разпознава параметрите на биномното разпределение за реална ситуация;</li> <li>• знае математическо очакване и дисперсия на двете разпределения;</li> <li>• умее да определи най-вероятната стойност на биномно разпределение;</li> <li>• умее да пресмята вероятности, свързани с двете разпределения.</li> </ul>	<p>Биномно разпределение, параметри на разпределение, Закон за големите числа, геометрично разпределение.</p>
<b>4. Нормално разпределение</b>		
<p>4.1 Стандартно нормално разпределение като приближение на биномното.</p> <p>4.2 Плътност на непрекъснато разпределение.</p> <p>4.3 Функция на разпределение и вероятност на интервал. Равномерно разпределение.</p> <p>4.4 Основни свойства на нормалното разпределение.</p>	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• умее да представи равномерно разпределение като приближение на равномерно дискретно разпределение;</li> <li>• знае най-важните свойства на нормалното разпределение;</li> <li>• умее да определя вероятности на интервали, свързани с нормално разпределение;</li> <li>• умее да решава задачи за определяне границите на интервали при зададена вероятност с помощта на таблици.</li> </ul>	<p>Нормално разпределение, стандартно нормално разпределение, стандартизация на случайна величина, вероятностна плътност (на разпределение), равномерно дискретно разпределение, равномерно непрекъснато</p>

		<p>разпределение, генератор за (псевдо)случайни числа, Централна гранична теорема, таблица за нормално разпределение.</p>
<b>5. Статистически изводи</b>		
<p>5.1 Статистически изводи с модел биномното разпределение върху данни от учебен тест.</p> <p>5.2 Статистически изводи с модел нормално разпределение върху данни от измерване при конкретен експеримент.</p>	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• умее да определи значимостта на разликата между най-вероятната стойност и друга фиксирана стойност.</li> </ul>	<p>Значимо различие.</p>
<b>6. Линеен модел на корелационна зависимост</b>		
<p>6.1 Прост линеен модел - определяне на правата.</p> <p>6.2 Прогнозиране.</p>	<p><b>Ученикът:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знае връзката на метод на най-малките квадрати и нормално разпределени остатъци;</li> <li>• умее да съставя и решава нормалната система уравнения;</li> <li>• умее да пресмята прогнозни стойности.</li> </ul>	<p>Линеен модел, параметри – отрез и наклон, остатъци, метод на най-малките квадрати, нормална система уравнения, прогнозиране.</p>

## ХОРАРИУМ ЗА МОДУЛА

Годишен брой часове за изучаване на модула в XI клас – 0 часа

Годишен брой часове за изучаване на модула в XII клас – 52 часа

### *Допълнителни уточнения за конкретния модул:*

Знанията трябва да бъдат поднесени на приложно ниво, придружени с много примери. Теорията да се сведе само до необходимия минимум.

Използването на ИТ може да се осъществи при подготовката на проекти, които илюстрират наученото в темите на модула и при разработка на проекти с данни от други области, като например география, биология, химия, физика, технологии и предприемачество.

Могат да се използват програми от типа *електронни таблици* (*MS Excel, Open Office Calc, Google Spreadsheet Document*), както и техни вградени команди (функции) и графични възможности, примерно:

- нанасяне на данни от наблюдения/експерименти в табличен вид;
- генериране на изкуствени данни – категорни данни с желано разпределение, като се използват команди RAND, RANDBETWEEN;
- диаграми на разпределения на данните;
- пресмятане на вероятности на биномно разпределение с функцията BINOMDIST;
- определяне на вероятности на интервали, свързани с нормално разпределение и решаване на задачи за определяне границите на интервали при зададена вероятност, като вместо таблица се използват функциите NORMDIST, NORMSDIST, NORMINV, NORMSINV, построяване на графики на вероятностната плътност и функцията на разпределение при различни параметри;
- извършване пресмятания на описателните статистики със стандартните функции (команди) AVERAGE, VAR, STDEV, MEDIAN, MODE, QUARTILE;
- определяне на параметрите на регресионното уравнение INTERCEPT и SLOPE.



Препоръчително е да се оценяват с проекти уменията да се разпознават научни твърдения от псевдонаучни спекулации, да се оценяват твърдения, свързани с анализ на данни, да се правят изводи, основани на данни и подкрепени с вероятностни доводи, да се решават задачи с използване на функции в електронните таблици.

### **СПЕЦИФИЧНИ МЕТОДИ И ФОРМИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ НА ПОСТИЖЕНИЯТА НА УЧЕНИЦИТЕ**

Оценяването на знанията и уменията на учениците е в съответствие с предвидените в програмата очаквани резултати и дейности.

Ученикът е необходимо предварително да е информиран за критериите и системата за оценяване на постиженията му.

Съотношение при формиране на срочна и годишна оценка:

Текущи оценки от работа в клас, участие в групови обсъждания и дискусии	20%
Текущи оценки от домашни работи	20%
Текущи оценки от практически задания в клас	25%
Оценки от работа по проект	25%
Оценки от писмени изпитвания	10%