

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Национален кръг, 27 март 2011 г., Стара Загора

Възрастова група XI – XII клас

УКАЗАНИЯ И РЕШЕНИЯ

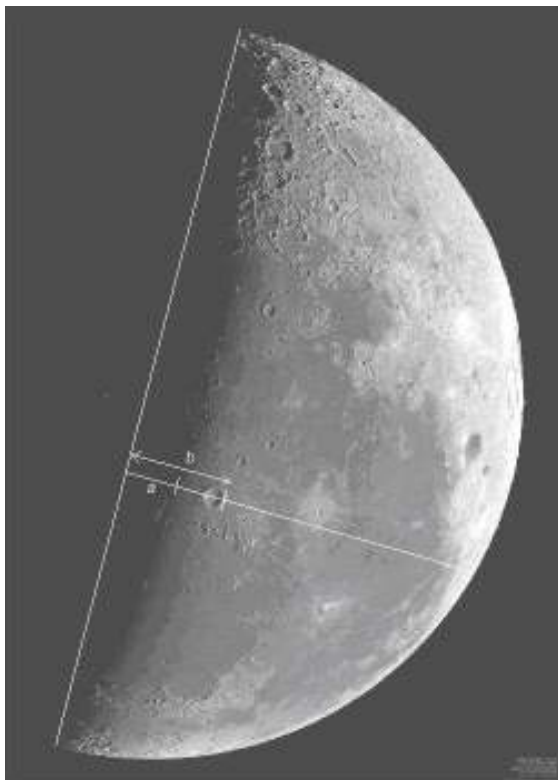
Практическа задача

Кратерът Коперник – 15 точки.

Разполагате със снимка на Луната и изображение на кратера Коперник, което представлява увеличен участък от същата снимка. Направете необходимите построения и измервания и определете приблизително височината на кръглия вал на кратера.

Радиусът на Луната е 1738 км.

Решение:



Височината на кръглия вал на кратера може да определим, като измерим ширината на сянката, която той хвърля на дъното на кратера, и пресметнем ъгъла на падане на слънчевите лъчи.

На голямата снимка на Луната съединяваме върховете на лунния сърп с права линия и получаваме лунен диаметър. Измерваме дължината му и получаваме $D_1 = 224$ мм. Линейният диаметър на Луната е $D = 2 \times 1738 = 3476$ км. Следователно мащабът на снимката е $3476 / 224 \approx 15.52$ км на милиметър. Начертаваме през средата на кратера Коперник права линия, перпендикулярна на построения от нас диаметър. Измерваме дължината на отсечката до границата на лунния диск. Получаваме $r = 108$ мм. По същата линия измерваме разстоянието a от диаметъра на лунния диск до терминатора и разстоянието b от диаметъра до вала на кратера, хвърлящ широката сянка. Получаваме $a = 18.5$ мм, $b = 30.5$ мм.

Както се вижда от схемата по-долу вляво, тези разстояния ни помагат да определим ъглите α , β и γ . На схемата с k е означено мястото на лунния кратер, или по-точно, на частта от вала на кратера, чиято височина искаме да узнаем. Последователно можем да пресметнем:

$$\cos \alpha = a/r$$
$$\alpha \approx 80.14^\circ$$

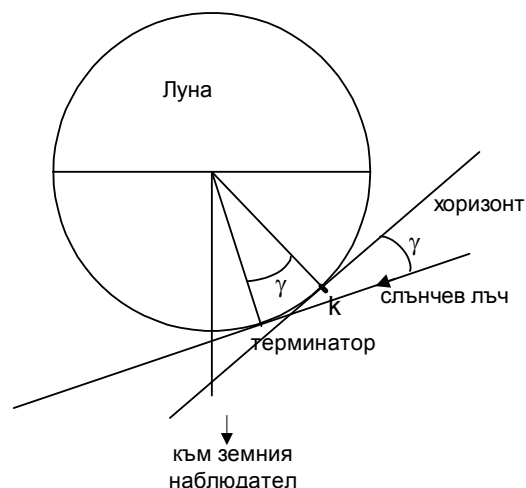
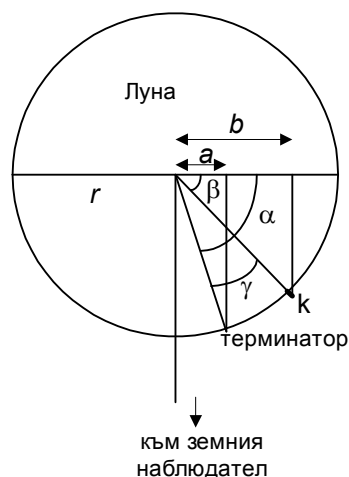
$$\cos \beta = b/r$$
$$\beta \approx 73.60^\circ$$

И накрая:

$$\gamma = \alpha - \beta = 6.54^\circ$$

Схемата вдясно показва, че слънчевите лъчи падат по допирателни към лунната повърхност, там където е терминаторът. Равнината на хоризонта за мястото на кратера също е допирателна към лунната повърхност. Така се убеждаваме, че ъгълът γ всъщност

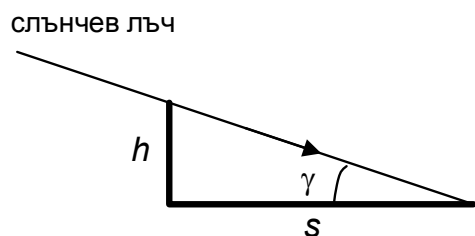
е равен на ъгъла, под който слънчевите лъчи падат към лунната повърхност около въпросния кратер, като ъгли с взаимно перпендикулярни рамене.



Вече ни остава само да определим ширината на сянката, която хвърля вълът на кратера върху неговото дъно. За целта използваме увеличеното изображение. Измерваме ширината на сянката – тя е $s = 12$ мм. Нека не забравяме, обаче, че участъкът от лунната повърхност, където е кратерът Коперник, не е перпендикулярен на лъча на зрение от нас към Луната. Той е под наклон към тази плоскост $90^\circ - \beta = 16.4^\circ$. Затова ние всъщност измерваме проекцията на сянката на вала. Истинската дължина на сянката ще бъде $s_1 = s / \cos 16.4^\circ \approx 12.5$ мм. Обаче, ако си представим вала на кратера като вертикална стена, ще се накланя и тя, като ще виждаме в проекция засенчената ѝ страна. Това ще увеличава дължината на наблюдаваната сянка. Тъй като наклонът е малък, промяната на видимата дължина от двата ефекта е малък, като при това те действат в противоположни посоки. Това ни води до заключението, че може и да не отчитаме общата промяна, тъй като тя е в рамките на грешката, която допускаме при измерванията.

Сега трябва да преминем към мащаба на голямата снимка. Сравняваме диаметъра в милиметри на кратера Коперник, измерен на увеличеното изображение – 40 мм, и диаметъра на същия кратер върху голямата снимка – 5.5 мм. Следователно, дължината на сянката върху голямата снимка трябва да бъде: $s_2 = s_1 \cdot \frac{5.5}{40} \approx 1.65$ мм. Можем вече да превърнем тази величина в километри на лунната повърхност. Използваме получения в началото на решението мащаб и намираме:

$$s = s_2 \times 15.52 \text{ km/mm} \approx 25.6 \text{ km}$$



На схемата вляво h е височината на вала, която търсим. Очевидно:

$$h = s \cdot \tan \gamma$$

$$h \approx 2.9 \text{ км}$$

Критерии за оценяване:

За правилни съображения относно идеята за решение – 2 т.

За правилна геометрична постановка, извеждане на формулите и обяснение чрез схеми при определяне на ъгъла на падане на слънчевите лъчи към лунната повърхност в областта на кратера – 4 т.

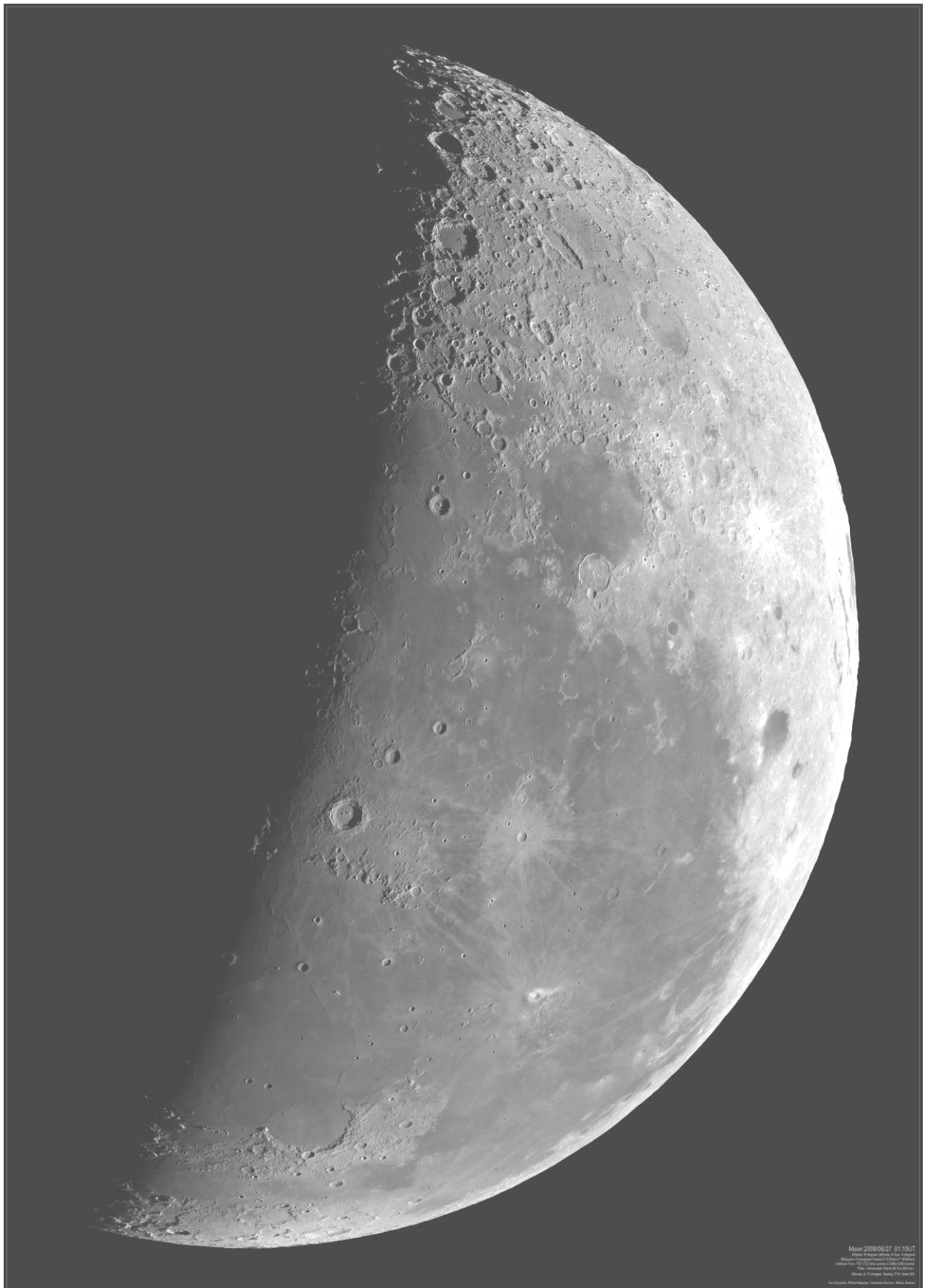
За определяне на височината на вала чрез този ъгъл – 2 т.

За внимателни измервания и построения по снимките – 3 т.

За правилна работа с мащабите при преминаването от едното изображение към другото и към километри върху лунната повърхност – 3 т.

За правилен числен резултат – 1 т.





Moon 2008/06/27 01:15UT
Image 10 of 10
Resolution: 1024x1024
Size: 1024x1024
Format: PNG
File: 20080627_0115UT.png
Size: 1024x1024
Format: PNG
File: 20080627_0115UT.png