

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

Областен кръг, 19 февруари 2011 г.

Възрастова група VII – VIII клас

Задача 1. Въртене на небесната сфера. (10 т.) През различни части на денонощието и през различни части на годината се виждат различни части от небесната сфера.

а) На какво се дължи денонощното въртене на звездното небе?

б) На какво се дължи фактът, че през различните сезони вечер, след залеза на Слънцето, виждаме различни съзвездия?

в) Избройте поне 5 незалязващи съзвездия за България.

г) Един участник в олимпиадата наблюдавал снощи небето в 20 ч. и забелязал, че съзвездията били разположени по същият начин, както когато гледал небето преди 1 месец, но в 22 ч. Защо това е така?

Решение:

а) Денонощното въртене на звездното небе се дължи на денонощното въртене на Земята около оста ѝ.

б) През различните сезони вечер, след залеза на Слънцето, виждаме различни съзвездия поради годишното обикаляне на Земята около Слънцето.

в) 5 от незалязващите за България съзвездия са Голяма мечка, Малка мечка, Дракон, Цефей, Касиопея. (*Жираф и Рис също са незалязващи съзвездия за България*).

г) I вариант: При денонощното въртене на небесната сфера тя се завърта на 360° за 24 часа. Следователно за 1 час изминава $360 : 24 = 15^\circ$, а за 2 часа - 30° . При годишното си движение небесната сфера се завърта на 360° за 1 година = 12 месеца. Следователно за един месец тя се завърта на $360 : 12 \approx 30^\circ$. (Може да се пресметне и като $360^\circ : 365 \text{ дни} = 0,99^\circ/\text{ден}$, откъдето за 1 месец се получава 30 дни $\cdot 0,99^\circ/\text{ден} \approx 30^\circ/\text{месец}$). Така виждаме, че завъртането на небето за 2 часа при денонощното въртене на небесната сфера е същото, както за 1 месец при нейното годишно завъртане. По този начин всеки следващ месец в даден час можем да видим съзвездията, разположени на небето така, както те са били разположени миналия месец, но с 2 часа по-късно.

II вариант: Поради едновременното въртене на Земята около оста ѝ и около Слънцето всеки ден изгревът на звездите (и респективно на съзвездията) става с около 4 минути по-рано (синодичното (слънчевото) денонощие е с около 4 минути по-дълго от сидеричното (звездното) денонощие). Така за 1 месец (около 30 дни) се натрупват приблизително $30 \cdot 4 = 120$ минути „избързване” на изгрева, което е равно на 2 часа.

Критерии за оценяване:

а) За вярно обяснение – 1 т.

б) За вярно обяснение – 1 т.

в) За всяко вярно посочено незалязващо съзвездие по 0,5 т – общо 5,0,5 т. = 2,5 т.

г) За отчитане на факта, че небесната сфера се завърта на 360° за 24 часа – 1 т.

За пресмятане, че небесната сфера се завърта на 30° за 2 часа – 1 т.

За отчитане на факта, че небесната сфера се завърта на 360° за 12 месеца – 1 т.

За пресмятане, че небесната сфера се завърта на 30° за 1 месец – 1 т.

За верен извод – 1,5 т.

(Общо за Задача 1. – 10 т.)

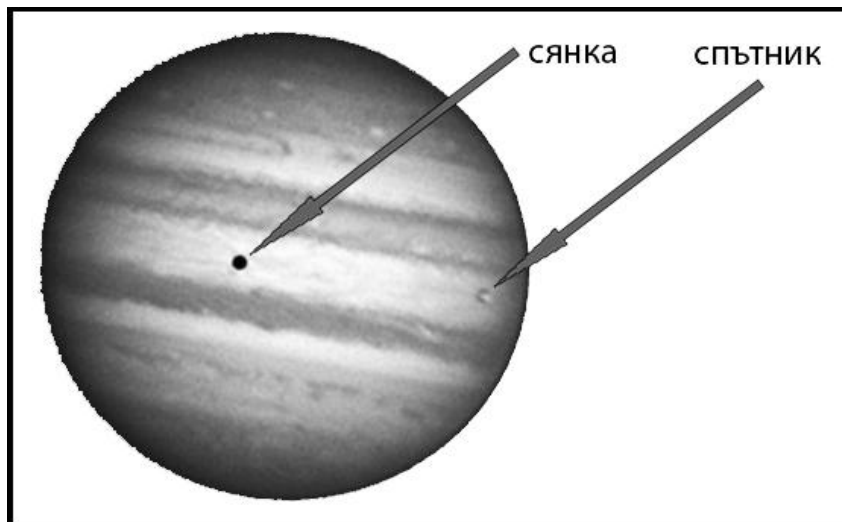
За верни и правилно използвани оригинални идеи или решения могат да се дадат до 2 т. допълнително към цялата задача.

Задача 2. Спътници. (8 т.) Днес се смята, че около планетите в Слънчевата система обикалят общо 168 спътника.

а) Кои са първите открити спътници около планета от Слънчевата система, как се наричат те и около коя планета обикалят?

б) Как са наредени тези спътници по отдалечеността си от планетата?

в) Коя е планетата на снимката?



г) На снимката виждате едновременно преминаване на един от спътниците и на неговата сянка пред планетата. В коя посока се е намирало Слънцето в този момент? Обозначете я и обяснете защо мислите така.

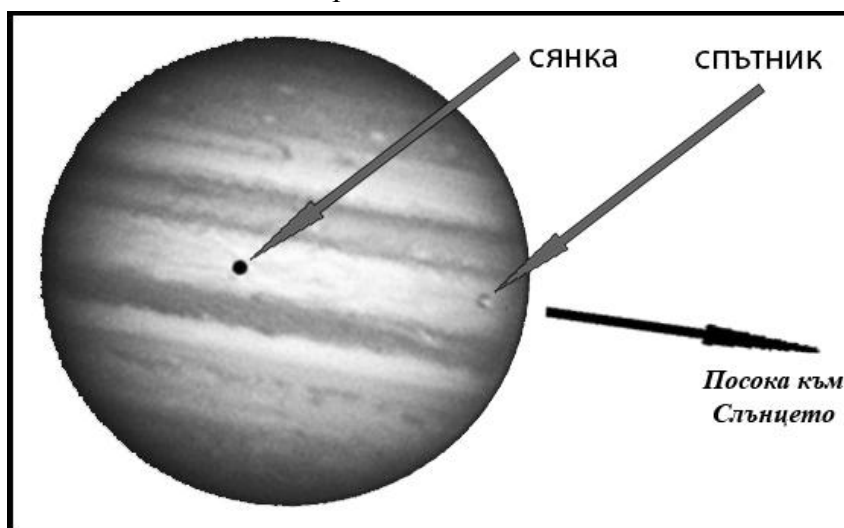
д) Ако можете да стъпите върху мястото на сянката, какво явление ще наблюдавате в този момент?

Решение:

а) Първите открити спътници около друга планета, освен Земята, са т.нар. Галилееви спътници – Йо, Европа, Ганимед и Калисто, които обикалят около Юпитер.

б) По отдалечеността си от Юпитер Галилеевите спътници са наредени в следния ред: Йо, Европа, Ганимед и Калисто.

в) Планетата на снимката е Юпитер.



г) По време на заснемането на тази фотография Слънцето се е намирало надясно от планетата, по линията, свързваща спътника с неговата сянка. Винаги източникът на светлина, предметът и неговата сянка лежат на една права.

д) Ако имаме възможност да стъпим върху мястото на сянката, то от там бихме могли да наблюдаваме в този момент слънчево затъмнение от този спътник.

Критерии за оценяване:

а) За верен отговор, кои са спътниците – 1 т.

За вярно посочена планета – 1 т.

б) За вярно подреждане на спътниците – 1 т.

в) За верен отговор, коя е планетата на снимката – 1 т.

г) За вярно означение на посоката – 1 т.

За вярно обяснение – 1 т.

д) За верен отговор – 2 т.

(Общо за Задача 2. – 8 т.)

За верни и правилно използвани оригинални идеи или решения могат да се дадат до 2 т. допълнително към цялата задача.

Задача 3. Лунно затъмнение. (12 т.) На 15 юни 2011г. има пълно лунно затъмнение. Неговата максимална фаза е в 20:12 UT.

а) Ще можем ли да го наблюдаваме от България?

б) Ще се вижда ли то от Северния полюс? А от Южния?

в) В кое съзвездие ще бъде Луната тогава?

Обяснете вашите отговори.

Решение:

а) Да, ще можем да го наблюдаваме. Лунните затъмнения се виждат от всички места на Земята, за които Луната е изгряла. 20:12 UT е 23:12 по официалното лятно часово време за България. Официалното време в България се различава от Универсалното време (UT) с 2 часа през зимните месеци (от края на октомври до края на март) и с 3 часа през останалата част от годината поради въвеждането на лятно часово време. Тази разлика се добавя към Универсалното време, за да се получи официалното време в България.

По време на лунно затъмнение Луната е във фаза пълнолуние и изгрява приблизително в същия момент, в който залязва Слънцето. През юни Слънцето залязва около 21 часа, следователно и Луната със сигурност ще бъде изгряла в 23:12 ч. официално време.

б) Лунното затъмнение става много близо до лятното слънцестояние – само 6 дни преди това. Тогава на Северния полюс е лято и е полярен ден. Това означава, че Слънцето има почти максимална деклинация и е близо до най-високата си точка над хоризонта. По време на лунно затъмнение Луната, която е в пълнолуние, е в диаметрално противоположната точка по еклиптиката. Следователно тя ще е близо до своята минимална деклинация. В резултат на това Луната не може да се издигне в този период над хоризонта за наблюдател на Северния полюс. От тук правим извода, че за Северния полюс това лунно затъмнение няма да бъде видимо.

Същите разсъждения могат да се проведат и за Южния полюс. Там ситуацията ще бъде противоположна. На Южния полюс е зима, т.е. полярна нощ. Слънцето е близо до най-ниската си точка под хоризонта, респективно Луната в пълнолуние ще бъде близо до най-високото си положение над хоризонта. Следователно лунното затъмнение на 15 юни 2011 г. ще може да се наблюдава от Южния полюс.

в) По време на лунно затъмнение Луната се намира на 180° от Слънцето по еклиптиката. Това означава, че Луната в този момент ще бъде приблизително на същото място, където се е намирало Слънцето половин година преди (или след) това. С други думи, Луната ще бъде в рамките на това съзвездие, в което е Слънцето около 15 декември. В средата на декември Слънцето се намира на границата между съзвездията Змиеносец и Стрелец, следователно и Луната е в някое от тези две съзвездия на 15 юни.

Разсъжденията могат да се проведат и по друг начин. На 15 юни Слънцето е в съзвездие Бик (може да бъде посочено и Близнаци). Следователно Луната ще бъде 6 съзвездия след Бик (Близнаци).

Подредбата на Зодиакалните съзвездия е следната: Риби, Овен, Бик, Близнаци, Рак, Лъв, Дева, Везни, Скорпион, (Змиеносец), Стрелец, Козирог, Водолей. 6 съзвездия след Бик / Близнаци са Скорпион (Змиеносец) / Стрелец.

Без звездна карта и точни координати на Луната е много трудно да се отговори точно на този въпрос. Реалната продължителност на престоя на Слънцето в съответните зодиакални съзвездия е различна поради различната големина на съзвездията. Прецесията на земната ос и промяната на мястото на пролетната равноденствена точка също оказват влияние върху определянето на положението на Луната в някое зодиакално съзвездие. Интересен е фактът, че в началото на лунното затъмнение на 15 юни 2011 г. Луната се намира в съзвездие Змиеносец, но в края на затъмнението тя навлиза в границите на съзвездие Стрелец.

Критерии за оценяване:

а) За посочване на факта, че лунните затъмнения се виждат от всички места на Земята, за които Луната е изгряла – 1 т.

За факта, че по време на лунно затъмнение Луната е във фаза пълнолуние и изгрява приблизително в същия момент, в който залязва Слънцето – 1 т.

За верен извод, че затъмнението ще може да се наблюдава от България – 1 т.

б) За отчитане на факта, че лунното затъмнение става близо до лятното слънцестояние – 1 т.

За факта, че на Северния полюс е лято и е полярен ден – 1 т.

За верни разсъждения относно видимостта на Слънцето от полюса – 1 т.

За верни разсъждения относно видимостта на Луната при пълнолуние от полюса – 1 т.

За верен извод относно видимостта на затъмнението от Северния полюс – 1 т.

За верни аналогични разсъждения и извод относно видимостта на затъмнението от Южния полюс – 1 т.

в) За посочване на факта, че при лунно затъмнение Луната се намира на 180° от Слънцето – 1 т.

За посочване на подредбата на зодиакалните съзвездия или положението на Слънцето сред тях в даден момент – 1 т.

За верен отговор, в кое съзвездие се намира Луната по време на лунното затъмнение – 1 т.

(Общо за Задача 3. – 12 т.)

За верни и правилно използвани оригинални идеи или решения могат да се дадат до 2 т. допълнително към цялата задача.

Задача 4. Плътност.(10 т.) Земята има най-голяма плътност сред планетите от Слънчевата система ($5,52 \text{ г/см}^3$), а Сатурн – най-малка ($0,69 \text{ г/см}^3$). Диаметърът на Сатурн е 9,45 пъти по-голям от този на Земята. Ако Земята имаше плътността на Сатурн, а Сатурн – плътността на Земята, без те да променят своите маси, то щяха ли двете планети да си разменят местата в класацията по диаметър на планетите от Слънчевата система?

Решение:

Нека означим с ρ_z плътността на Земята, а с ρ_c – плътността на Сатурн.

$$\rho_z = 5,52 \text{ г/см}^3$$

$$\rho_c = 0,69 \text{ г/см}^3$$

Знаем, че плътността на едно тяло се изчислява по формулата

$$\rho = \frac{M}{V}, \quad (1)$$

където M е масата на тялото, а V е неговият обем.

$$\Rightarrow V = \frac{M}{\rho} \quad (2)$$

От друга страна обемът на едно сферично тяло се пресмята по формулата

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad (3)$$

$$\Rightarrow R = \left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{-\frac{1}{3}} \quad (4)$$

Заместваме обема от формула (2) във формула (4) и получаваме

$$R = \left(\frac{3M}{4\pi\rho}\right)^{-\frac{1}{3}} \quad (5)$$

В задачите се търси как ще се измени размерът (диаметърът) на планетата при новата плътност.

Знаем, че масата на Земята не се променя.

\Rightarrow От формула (5) за съотношението на радиусите на Земята в двата случая получаваме

$$\frac{R_{32}}{R_{31}} = \left(\frac{\rho_{31}}{\rho_{32}}\right)^{-\frac{1}{3}}, \quad (6)$$

където R_{31} е радиусът на Земята при нейната си плътност $\rho_{31} = \rho_3 = 5,52 \text{ г/см}^3$, а R_{32} е радиусът на Земята, когато има плътност, равна на плътността на Сатурн $\rho_{32} = \rho_C = 0,69 \text{ г/см}^3$.

Знаем, че диаметърът $D = 2R$

$$\Rightarrow \frac{D_{32}}{D_{31}} = \left(\frac{\rho_{31}}{\rho_{32}}\right)^{-\frac{1}{3}}, \quad (7)$$

$$\frac{\rho_{31}}{\rho_{32}} = \frac{\rho_3}{\rho_C} = \frac{5,52}{0,69} = 8 \quad (8)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\rho_3}{\rho_C}\right)^{-\frac{1}{3}} = (8)^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \quad (9)$$

$$\Rightarrow \frac{D_{32}}{D_{31}} = \frac{1}{2} \quad (10)$$

Диаметърът на Земята ще се увеличи само 2 пъти, ако нейната плътност стане равна на плътността на Сатурн, без да променя масата си.

Правим аналогични пресмятания и за Сатурн. Във формула (7) заместваме със съответните величини за Сатурн.

$$\frac{D_{C2}}{D_{C1}} = \left(\frac{\rho_{C1}}{\rho_{C2}}\right)^{-\frac{1}{3}}, \quad (11)$$

където D_{C1} е диаметърът на Сатурн при неговата плътност $\rho_{C1} = \rho_C = 0,69 \text{ г/см}^3$, а D_{C2} е диаметърът на Сатурн, когато има плътност, равна на плътността на Земята $\rho_{C2} = \rho_3 = 5,52 \text{ г/см}^3$.

$$\frac{\rho_{C1}}{\rho_{C2}} = \frac{\rho_C}{\rho_3} = \frac{0,69}{5,52} = \frac{1}{8}$$

(12)

$$\Rightarrow \frac{D_{C2}}{D_{C1}} = \frac{1}{2}$$

(13)

Следователно диаметърът на Сатурн ще намалее само 2 пъти.

В резултат на това можем да намерим съотношението между диаметрите на двете планети при новите им плътности:

$$\frac{D_{C2}}{D_{32}} = \frac{D_{C1}/2}{2D_{31}} = \frac{D_{C1}/D_{31}}{4},$$

(14)

т.е. сегашното съотношение на диаметрите на Сатурн и Земята ще се намалее 4 пъти.

Знаем, че

$$\frac{D_{C1}}{D_{31}} = 9,45$$

$$\Rightarrow \frac{D_{C2}}{D_{32}} = \frac{9,45}{4} = 2,36$$

(15)

Виждаме, че отново Сатурн ще има по-голям диаметър от Земята, следователно двете планети няма да си разменят местата в класацията на планетите по диаметър.

Критерии за оценяване:

За формула (1) – 1 т.

За формула (3) – 1 т.

За формула (5) – 1 т.

За вярно буквено решение (7) – 1 т.

За верен отговор (10) – 1 т.

За вярно буквено решение (11) – 1 т.

За верен отговор (13) – 1 т.

За формула (14) – 1 т.

За верен отговор (15) – 1 т.

За верен извод – 1 т.

(Общо за Задача 4. – 10 т.)

За верни и правилно използвани оригинални идеи или решения могат да се дадат до 2 т. допълнително към цялата задача.

Задача 5. Пътешественици. (10 т.) Какъв път „изминаваме” заедно със Земята за 1 денонощие (24 часа)

- а) движейки се около оста на Земята, ако се намираме на екватора?
- б) движейки се по орбитата ѝ около Слънцето?
- в) движейки се заедно с цялата Слънчева система около центъра на Галактиката?

Справочни данни:

Екваториален радиус на Земята	6378,140 км
Период на обикаляне на Земята около Слънцето	365,256 дни
Средна орбитална скорост на Земята	29,756 км/с
Разстояние от Слънцето до центъра на Галактиката	30 000 св. г.
Период на обикаляне на Слънчевата система около центъра на Галактиката	240 млн. г.
Скорост на светлината	300 000 км/с

Решение:

а) За едно денонощие, завъртайки се около оста на Земята, изминаваме разстояние, равно на нейната обиколка S_1 .

$$S_1 = L_3 = 2\pi R_3, \quad (1)$$

където L_3 е обиколката на Земята по екватора, а R_3 е екваториалният радиус на Земята.

$$R_3 = 6378,140 \text{ км}$$

$$S_1 = L_3 = 2\pi R_3 = 2\pi \cdot 6378,140 = 40\,075,04 \text{ км} \quad (2)$$

Следователно за едно денонощие, завъртайки се около оста на Земята, изминаваме 40 075,04 км (приблизително **40 хиляди км**).

б) За да пресметнем какъв път изминаваме за 1 денонощие при обиколката си около Слънцето, използваме познатата формула $S = v t$.

В нашия случай

$$S_2 = v_3 t, \quad (3)$$

където S_2 е пътът, който изминаваме заедно със Земята около Слънцето за 1 денонощие, v_3 е средната орбитална скорост на Земята, а t е продължителността на едно денонощие.

$$v_3 = 29,756 \text{ км/с}$$

$$t = 24 \text{ часа} \cdot 60 \text{ мин} \cdot 60 \text{ сек} = 86\,400 \text{ сек.} \quad (4)$$

$$\Rightarrow S_2 = 29,756 \cdot 86\,400 = 2\,570\,918,4 \text{ км} = 2,571 \cdot 10^6 \text{ км} \quad (5)$$

Движейки се заедно със Земята около Слънцето, за едно денонощие ние изминаваме $2,571 \cdot 10^6$ км (което е **около 2,6 милиона км**)!

в) Разстоянието от Слънцето до центъра на Нашата Галактика е $R_G = 30\,000$ св. г., следователно дължината на цялата орбита на Слънцето S_G е

$$S_G = 2\pi R_G \quad (6)$$

Периодът, за който Слънцето изминава цялата тази дължина S_G , е $T = 240\,000\,000$ г.

Нас ни интересува какъв път S_3 ще измине Слънцето (а заедно с него и ние) за 1 денонощие t .

$$S_3 = \left(\frac{S_G}{T}\right)t$$

или

$$S_3 = \left(\frac{2\pi R_G}{T}\right)t \quad (7)$$

За да изчислим правилно търсената величина, трябва да превърнем мерните единици на дадените величини така, че те да бъдат еднакви.

1 св. г. е разстоянието, което светлината изминава за 1 година, движейки се със скорост $c = 300\,000\text{ км/с}$. Следователно разстоянието между Слънцето и центъра на Галактиката в км е

$$R_{\Gamma} = 30\,000\text{ св. г.} \cdot 300\,000\text{ км/с} \cdot 365,256\text{ дни} \cdot 24\text{ часа} \cdot 60\text{ мин} \cdot 60\text{ сек} \quad (8)$$

$$\text{Периодът } T \text{ в денонощие е } T = 240\,000\,000\text{ г} \cdot 365,256\text{ дни.} \quad (9)$$

Следователно за 1 денонощие изминаваме заедно със Слънцето около центъра на Галактиката

$$S_3 = \left(\frac{2\pi R_{\Gamma}}{T} \right) t = \frac{2\pi \cdot 30\,000 \cdot 300\,000 \cdot 365,256 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60}{240\,000\,000 \cdot 365,256}$$

$$= 2\pi \cdot 3 \cdot 300 \cdot 60 \cdot 60 = 20\,347\,200\,000\text{ км} = 20,347 \cdot 10^6\text{ км.} \quad (10)$$

В резултат на тези пресмятания получаваме, че движейки се заедно със Слънцето около центъра на Галактиката, изминаваме всеки ден по $20,347 \cdot 10^6\text{ км}$. (**около 20 милиона км.**)!

Критерии за оценяване:

а) За формула (1) – 1 т.

За верен резултат (2) – 1 т.

б) За формула (3) – 1 т.

За правилно превръщане на мерните единици (4) – 1 т.

За верен резултат (5) – 1 т.

в) За формула (6) – 1 т.

За вярно буквено решение (7) – 1 т.

За правилно превръщане (8) – 1 т.

За правилно превръщане (9) – 1 т.

За верен резултат (10) – 1 т.

(Общо за Задача 5. – 10 т.)

За верни и правилно използвани оригинални идеи или решения могат да се дадат до 2 т. допълнително към цялата задача.

Дадените от авторите на задачите решения са само примерни. Всяко друго вярно и пълно решение се оценява също с максимален брой точки.