МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Олимпиада по физика, Областен кръг, 19 март 2011 г.
Решения на тема – X - XII клас

ЗАДАЧА 1. – 10 точки

а) Нека отбележим ъгълът, който сключва преминаващия лъч в *i*- тата среда с φ_i. Използвайки закона на Снелиус за всяка разделителна повърхност: $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\varphi_1} = \dfrac{n_1}{1}$, $\dfrac{\sin\varphi_1}{\sin\varphi_2} = \dfrac{n_2}{n_1}$, **[1 т]** или $\sin\alpha = n_1\sin\varphi_1 = n_2\sin\varphi_2 = ... = n_k\sin\varphi_k$ (1.1), откъдето $\sin\varphi_k = \dfrac{\sin\alpha}{n_k}$ **[1 т]**

б) използвайки отново (1.1) $\sin\alpha = n_1\sin\varphi_1 = n_2\sin\varphi_2 = ... = n_N\sin\varphi_N = 1.\sin\beta$ следва, че $\beta = \alpha$ **[1 т]**.

в) за да се отрази лъчът напълно някъде между два слоя (да приемем между *i*-ия и *i*+1-ия) трябва да е налице условието за пълно вътрешно отражение: $\varphi_i > \varphi_{ПВО}$, където $\sin\varphi_{ПВО} = \dfrac{n_{i+1}}{n_i}$. Тогава трябва $\sin\varphi_i > \sin\varphi_{ПВО} = \dfrac{n_{i+1}}{n_i}$, или $n_i\sin\varphi_i > n_{i+1}$ **[1 т]**. Използвайки (1.1), обаче $\sin\alpha = n_i\sin\varphi_i > n_{i+1} > 1$, откъдето получаваме, че $\sin\alpha > 1$, което е невъзможно. Следователно винаги ще има преминал лъч **[1 т]**.

г) Ако отбележим разстоянието между точките, където двата отразени лъча напускат пластинката, с *x*, то $d = x\cos\alpha = 2h\tan\varphi_1\cos\alpha = \dfrac{2h\sin\varphi_1\cos\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\varphi_1}}$ (1.2) **[2 т]**. Използвайки закона на Снелиус $\sin\alpha = n_1\sin\varphi_1$ и заместваейки в (1.2) $d = \dfrac{2h\sin\alpha\cos\alpha}{\sqrt{n_1^{\,2} - \sin^2\alpha}}$ **[2 т] =** $\dfrac{h\sin 2\alpha}{\sqrt{n_1^{\,2} - \sin^2\alpha}}$ **[1 т]**.

ЗАДАЧА 2. – 10 точки

а) От закона на Вин:

$$\lambda T = b \qquad \textbf{[1 т]}$$

намираме температурата на повърхността на Слънцето:

$$T = \frac{b}{\lambda} = 5800\ \text{K}, \qquad \textbf{[1 т]}$$

б) От закона на Стефан-Болцман следва, че мощността на излъчване на Слънцето е:

$$P = \sigma T^4 \cdot 4\pi R^2, \qquad \textbf{[1 т]}$$

Заместваме величините с числените им стойности и намираме:

$$P = 5{,}67\cdot10^{-8}\,\text{W/(m}^2\text{K}^4)\cdot(5800\,\text{K})^4\cdot 4\cdot 3{,}14\cdot(7\cdot10^8\text{m})^2 = 4{,}0\cdot10^{26}\,\text{W} \qquad \textbf{[1 т]}$$

в) Слънцето излъчва равномерно във всички посоки, затова интензитетът на светлината, достигаща Земята (т,е, енергията, минаваща за единица време приз единица площ), е:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = 1400\ \text{W/m}^2, \qquad \textbf{[1 т]}$$

Енергията, попадаща върху панела за единица време, е:

$$P_0 = IS, \qquad \textbf{[1 т]}$$

а преобразуваната в електрична енергия:

$$P_{\max} = \eta IS, \qquad \textbf{[1 т]}$$

или $$P_{\max} = 0{,}2 \cdot 1400\ \text{W/m}^2 \cdot 10\ \text{m}^2 = 2800\ \text{W}$$ **[0,5 т]**

г) За единица време Земята поглъща енергията на лъчите, минаващи през кръговото ѝ напречно сечение:

$$P_{погл} = I \cdot \pi R_3^2,$$ **[0,5 т]**

а излъчва през цялата си околна повърхност:

$$P_{изл} = \sigma T_3^4 \cdot 4\pi R_3^2,$$ **[0,5 т]**

където R_3 е радиусът на Земята, а T_3 – нейната абсолютна температура, Условието за постоянна температура е:

$$I \cdot \pi R_3^2 = \sigma T_3^4 \cdot 4\pi R_3^2,$$ **[0,5 т]**

откъдето намираме:

$$T_3 = \sqrt[4]{\frac{I}{4\sigma}}$$ **[0,5 т]**

или $$T_3 = \sqrt[4]{\frac{1400\ \text{W/m}^2}{4 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \text{W/(m}^2\text{K}^4)}} = 280\ \text{K}\ \ (7\ ^\circ\text{C})$$ **[0,5 т]**

ЗАДАЧА 3. – 10 точки

а) За максимума от k-ти порядък имаме:

$$d \sin\theta_k = k\lambda.$$ **[0,5 т]**

При $k = 1$ получаваме:

$$d = \frac{\lambda}{\sin\theta_1}$$ **[0,5 т]**

или $$d = \frac{630\ \text{nm}}{\sin 25^\circ} \approx \frac{630\ \text{nm}}{0{,}42} = 1500\ \text{nm}\ (1{,}5.10^{-6}\ \text{m}).$$ **[1 т]**

б) За максимума от 2-ри порядък имаме k =2. Следователно:

$$\sin\theta_2 = \frac{2\lambda}{d} = 2\sin\theta_1 \approx 0{,}84.$$ **[0,5 т]**

От таблицата намираме, че ъгълът, чийто синус е най-близък до 0,84, е:

$$\theta_2 \approx 57^\circ.$$ **[0,5 т]**

в) Понеже $\sin\theta_k \le 1$, получаваме:

$$\frac{k\lambda}{d} \le 1$$

или $$k \le \frac{d}{\lambda} = 2{,}38.$$ **[0,5 т]**

Оттук следва, че максималният порядък на интерференцията е:

$$k_{\max} = 2.$$ **[0,5 т]**

Понеже максимумите са разположени симетрично спрямо централния (k = 0) максимум, техният общ брой е:

$$N = 2k_{\max} + 1 = 5$$ **[1 т]**

г) При навлизане във водата честотата на светлината не се променя, но дължината на вълната намалява:

$$\lambda' = \frac{\lambda}{n}.$$ **[1 т]**

При интерференция във вода е изпълнено съотношението:

$$k \le \frac{d}{\lambda'} = \frac{nd}{\lambda} = 3{,}17$$

или $$k_{\max} = 3\,.$$ **[1 т]**

Следователно общият брой максимуми във водата е:

$$N_1 = 2k_{\max} + 1 = 7$$ **[0,5 т]**

т.е. появяват се два нови максимума.

д) Светлинните снопове, които достигат водната повърхност под ъгли на падане, за които: $\sin\theta_k > \frac{1}{n}$ **[1 т]** претърпяват пълно вътрешно отражение и не могат да напуснат водата. Тези снопове съответстват на интерференчни максимуми от порядък, за който:

$$\frac{k\lambda'}{d} = \frac{k\lambda}{nd} > \frac{1}{n}$$

или $$k > \frac{d}{\lambda} = 2{,}38\,.$$ **[0,5 т]**

Следователно пълно вътрешно отражение търпят максимумите от порядък 3 и водата напускат само снопове от порядък $k \le 2$, **[0,5 т]**

т.е. техният брой е: $N_2 = 2\cdot 2 + 1 = 5$ **[0,5 т]**