

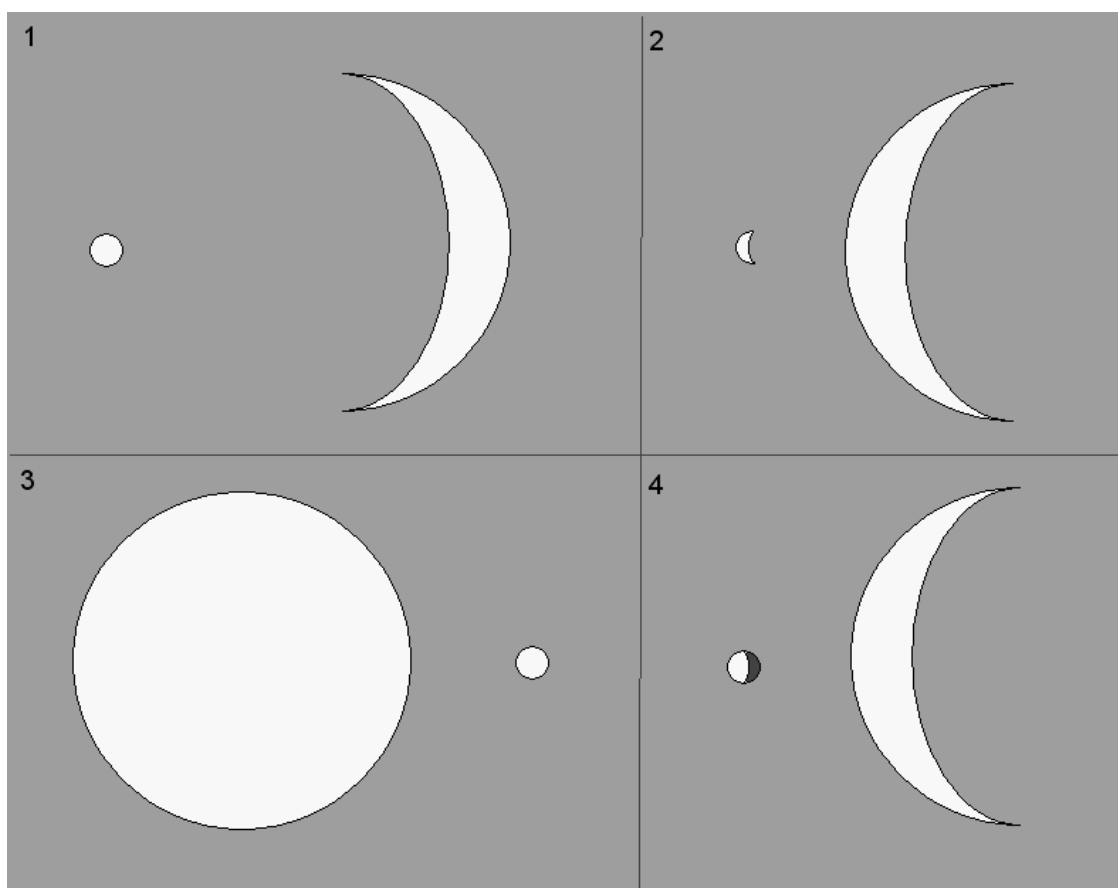
КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ НА ТЕМАТА ЗА ВЪЗРАСТОВА ГРУПА – XI – XII КЛАС

**1 задача. Истински и фалшиви снимки.** Редактор на астрономическо списание получава за публикуване четири снимки от някакъв човек, представящ се за астрофотограф. Редакторът обаче се съмнява, че някои от снимките вероятно са фалшиви – получени чрез фотомонтаж. На снимките се вижда Луната и до нея една планета.

- Кои от четирите снимки може да са истински и кои със сигурност са фалшификат, ако планетата е Венера?

- Кои от четирите снимки биха могли да са истински и кои – фалшиви, ако планетата е Юпитер?

Обяснете вашите отговори. Изображенията на Луната и планетата са представени схематично и техните размери не следва да се отчитат при решаването на задачата.

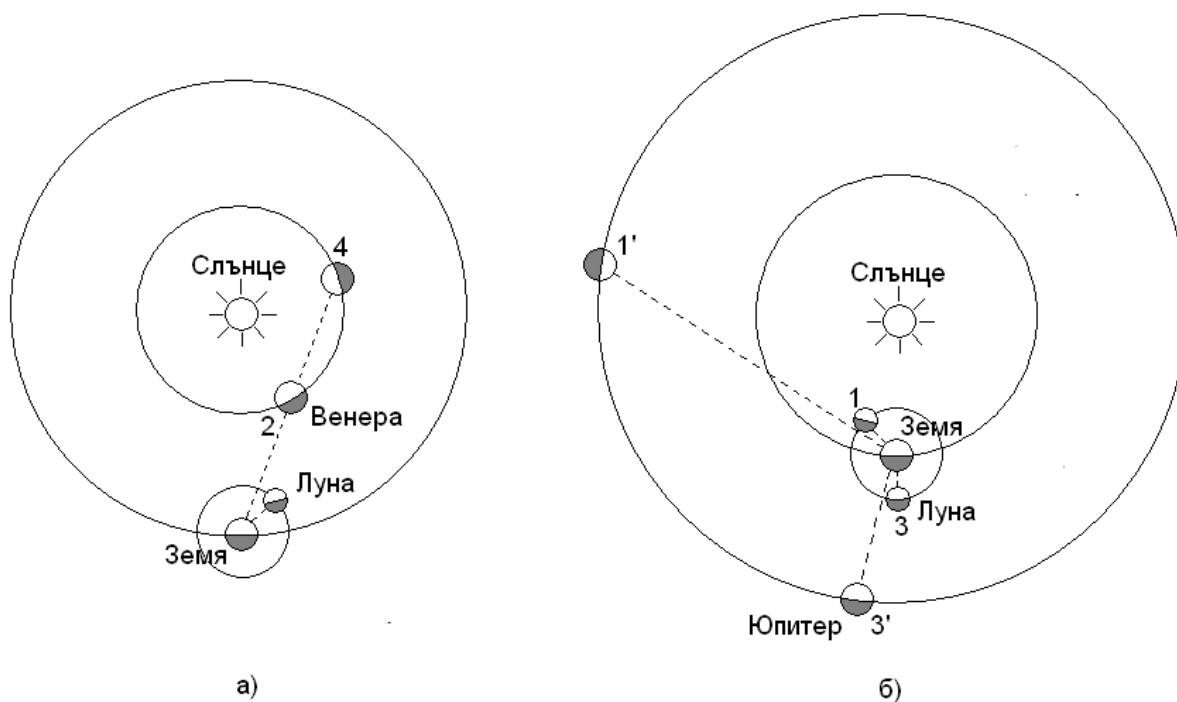


**Решение:**

Ако планетата е Венера, то снимки 1 и 3 са невъзможни.

На снимка 1 Луната е във фаза няколко дни след новолуние. Тя е в посока изток от Слънцето на няколко десетки градуса ъглово разстояние от него. Ако Венера се вижда близо до Луната, то тя е недалеч от максимална източна елонгация. Тогава Венера ще се вижда във фаза по-голяма или по-малка от четвърт, в зависимост от това дали е преди или след максимална елонгация. На снимка 1 дискът на планетата е цял и това не може да бъде Венера.

На снимка 3 планетата се вижда до Луната, която е в пълнолуние. Тогава Луната е на 180 градуса от Слънцето, а Венера не може да се отдалечава от него на такова ъглово разстояние. Следователно това не може да е Венера.



На снимки 2 и 4 Луната е във фаза няколко дни преди новолуние. Ако Венера се вижда близо до Луната, то тя е недалеч от максимална западна елонгация. Тогава Венера ще се вижда във фаза по-малка или по-голяма от четвърт, в зависимост от това дали е преди или след максимална западна елонгация – положения 2 и 4 на схема а).

Юпитер е няколко пъти по-далеч от Слънцето, отколкото Земята, поради което той не показва забележима фаза по цялата си орбита. Затова снимки 2 и 4 не може да са на Юпитер. Снимки 1 и 3 може да са на Луната и Юпитер, защото той изглежда като кръгъл диск независимо в каква посока от него е Слънцето. На схема б) положенията на Луната и Юпитер 1 и 1' съответстват на снимка 1, а положенията 3 и 3' съответстват на снимка 3.

Критерии за оценяване (общо 8 т.):

*За разсъждения защо ако планетата е Венера са невъзможни снимки 1 и 3 – 2 т.*

*За обяснение защо са възможни снимки 2 и 4 – 2 т.*

*За разсъждение защо ако е Юпитер са невъзможни снимки 2 и 4 – 2 т.*

*За обяснение защо са възможни снимки 1 и 3 – 2 т.*

**2 задача. Лунен кратер.** За разлика от значителния наклон на земната ос, оста на въртене на Луната е наклонена само на около  $2^\circ$  спрямо перпендикуляра към еклиптиката (плоскостта на земната орбита около Слънцето). При планирането на бъдещите обитаеми лунни бази, се разглежда възможността на Луната да има запаси от вода, останала замръзнала на дъното на кратери около лунните полюси. Нека си представим кратер с диаметър 20 км, намиращ се точно на северния лунен полюс.

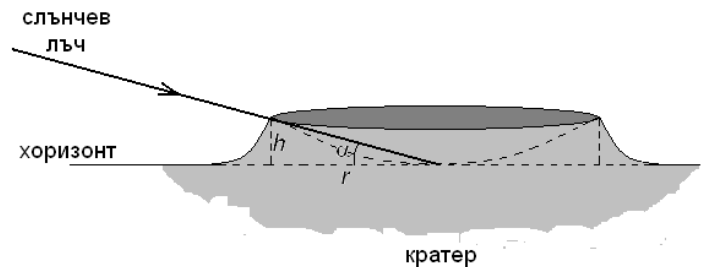
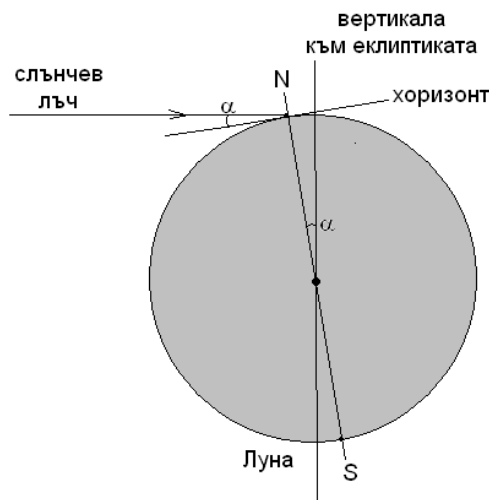
- Каква трябва да е минималната височина на вала, обграждащ кратера, така че на дъното му да има област, която никога не се огрява от Слънцето?

Считайте, че лунната орбита около Земята лежи изцяло в равнината на земната орбита около Слънцето. Кривината на лунната повърхност в областта на кратера поради кръглата форма на Луната да се пренебрегне.

**Решение:**

Когато Земята заедно с Луната обикалят около Слънцето, оста на Луната, също както и оста на Земята, оста успоредна сама на себе си. Затова в определени моменти от годината оста на Луната е ориентирана спрямо Слънцето така, че условията за огряване на дъното на кратера са най-благоприятни. Условието да има замръзнала вода в кратера в такива моменти е слънчевите лъчи да не достигат до центъра на дъното на кратера. Това става при минимална

височина на вала на кратера  $h$ . В лявата част на схемата по-долу се вижда, че при най-благоприятно разположение на лунната ос спрямо Слънцето, слънчевите лъчи падат на повърхността около лунния полюс под ъгъл  $\alpha = 2^\circ$ , равен на наклона на лунната ос спрямо вертикалата към еклиптиката. Ъгълът между падащия слънчев лъч и хоризонталната равнина за наблюдател на полюса е равен на ъгъла между лунната ос и перпендикуляра към еклиптиката, като ъгли с взаимно перпендикулярни рамене.



От схемата на кратера вдясно виждаме, че за минималната височина на вала е в сила съотношението  $h = r \operatorname{tg} \alpha$ , където  $r = 20 \text{ км} / 2 = 10 \text{ км}$  е радиусът на кратера. Така получаваме  $h \approx 349 \text{ м}$ . За да има на дъното област със замръзнала вода, височината на вала на кратера трябва да е по-голяма от 349 м.

Това решение е валидно, ако считаме Слънцето за точков обект. То, обаче има видим ъглов диаметър около  $0.5^\circ$ . Ъгълът на падане към лунната повърхност на лъч, идващ от най-горната точка на видимия слънчев диск ще бъде  $\alpha + 0.5^\circ / 2 = 2.25^\circ$ . В този случай за минималната височина на вала получаваме  $h = r \operatorname{tg} 2.25^\circ \approx 393 \text{ м}$ . Следователно височината на вала на кратера трябва да е по-голяма от 393 м.

#### Критерии за оценяване (общо 8 т.):

За правилно описание на най-благоприятните условия за огряване на дъното на кратера – 1 т.

За правилно геометрично представяне на решението за височината – 2 т.

За правилна формула за височината – 1 т.

За верен числен резултат – 1 т.

Ако пресмятанията са направени при отчитане на ъгловия размер на Слънцето – 3 т.

### 3 задача. Международната космическа станция.



Астроном любител фотографира преминаване на Международната космическа станция на фона на слънчевия диск. Астрономът се намира на екватора и в момента, когато станцията преминава през центъра на видимия слънчев диск, Слънцето за него е в зенита. Даденото ви изображение е получено чрез наслагване на кадри с последователните положения на станцията през определен интервал от време. Приемаме, че станцията се движи по кръгова екваториална орбита с височина над земната повърхност 387 км.

- Определете орбиталния период на станцията.
- През какъв интервал от време са направени кадрите с отделните положения на станцията? Видимият ъглов диаметър на Слънцето е  $0.5^\circ$ . Масата на Земята е  $6 \times 10^{24}$  кг, радиусът ѝ е 6378 км, гравитационната константа е  $\gamma = 6.67 \times 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{с}^2$ .

#### Решение:

Орбиталния период  $T$  на станцията намираме с помощта на III закон на Кеплер:

$$a^3 / T^2 = \gamma M / 4\pi^2$$

където  $a$  е радиусът на орбитата на станцията,  $M$  е масата на Земята. Означаваме с  $R$  радиуса на Земята и с  $h$  височината на орбитата на станцията над земната повърхност. Получаваме последователно:

$$\begin{aligned} a &= R + h \\ T &= 2\pi(a^3 / \gamma M)^{1/2} \\ T &\approx 5526 \text{ сек.} \approx 1.54 \text{ часа} \end{aligned}$$

Линейната скорост на станцията ще бъде:

$$\begin{aligned} v &= 2\pi(R + h) / T \\ v &\approx 7.691 \text{ км/сек.} \end{aligned}$$

За наблюдател на земната повърхност видимата ъглова скорост на движение на станцията в зенита ще бъде:

$$\omega = v / h$$

От снимката се вижда, че станцията пресича видимия слънчев диск приблизително по диаметъра. Ако означим с  $\delta$  видимия ъглов диаметър на Слънцето, то времето, за което станцията пресича видимия слънчев диск ще бъде:

$$t = \delta / \omega = \delta h / v$$

където ъгълът  $\delta$  е в радиани.

$$t \approx 0.439 \text{ сек.}$$

Разстоянието между две последователни заснети положения на орбиталната станция върху слънчевия диск се нанася приблизително 7.2 пъти по неговия диаметър. Следователно кадрите са направени през интервал от време:

$$t / 7.2 \approx 0.061 \text{ сек.}$$

По принцип тук трябва да отчетем и движението на точката от земната повърхност, където е наблюдателят, поради околоосното въртене на Земята. На екватора скоростта на това движение  $v_l = 2\pi R / T_l \approx 0.465$  км/сек., където  $T_l = 23^{\text{h}} 56^{\text{min}}$  е периодът на околоосно въртене на Земята. Виждаме, че в сравнение с линейната скорост на станцията, тази скорост е малка, но все пак не може да се пренебрегне. Станцията се движи по екваториална орбита. Да

приемем, че движението ѝ е по посока на въртенето на Земята около нейната ос. Тогава за видимата ъглова скорост на станцията получаваме:

$$\omega = (v - v_l) / h$$

След това пресмятаме:

$$t \approx 0.4673 \text{ сек.}$$

$$t / 7 \approx 0.065 \text{ сек.}$$

Критерии за оценяване (общо 10 точки):

*За определяне на орбиталния период на станцията – 2 т.*

*За правилен математически подход за определяне на видимата ъглова скорост на станцията – 3 т.*

*За отчитане на околоосното въртене на Земята – 2 т.*

*За пресмятане на времето за пресичане на слънчевия диск и интервала между отделните кадри – 3 т.*

**4 задача. Затъмнения.** Специалистите от Националната астрономическа обсерватория – Рожен наблюдават пълно слънчево затъмнение. Известно е, че то ще се наблюдава и от Специалната астрофизическа обсерватория в Кавказ, Русия, намираща си от другата страна на Черно море, спрямо България.

- За коя от двете обсерватории началото на пълната фаза на затъмнението ще настъпи по-рано?

- Може ли в някакъв интервал от време и от двете обсерватории едновременно да се вижда пълно затъмнение?

- Ако в НАО – Рожен се наблюдава не слънчево, а пълно лунно затъмнение, може ли то да бъде наблюдавано и от обсерваторията Джеймс Кук в Нова Зеландия?

Обяснете вашите отговори.

**Решение:** Луната се движи по орбитата си от запад на изток и преминавайки между Слънцето и Земята, тя ще хвърля сянка върху земната повърхност, която също ще се движи от запад на изток (освен, понякога, в полярните области). Тъй като планината Кавказ е на изток от България, на източния бряг на Черно море, то първо пълната фаза на затъмнението ще настъпи в Роженската обсерватория. Размерът на пълната сянка на Луната е от порядъка на 200-300 км. Разстоянието между двете обсерватории е значително по-голямо от това. *Разстоянието до отсрещния бряг на Черно море е над 1000 км, а между двете обсерватории над 1500 км* и не е възможно слънчево затъмнение да се наблюдава в тях едновременно.

За разлика от слънчевото затъмнение, което се наблюдава на много малка част от земната повърхност, лунното затъмнение се вижда от цялото земно полукукло, обърнато в дадения момент към Луната. Нова Зеландия е почти от обратната страна на Земята. Затова почти във всички случаи, когато затъмнението се вижда от България, то няма да се вижда в същия момент от Нова Зеландия и обратно. Поради околоосното въртене на Земята, обаче, и поради значителната продължителност на лунното затъмнение, в много от случаите едно и също лунно затъмнение ще бъде видимо и от двете обсерватории, макар и в различни свои моменти. *Но все пак разстоянието по географска дължина е по-малко от 180°. Нова Зеландия е на запад от 180-тия меридиан, а България е на изток от нулевия меридиан. Затова са възможни случаи, когато Луната е на западния хоризонт за Нова Зеландия, тя да се вижда малко над източния хоризонт в България. Ако в този момент има лунно затъмнение, то за кратко време ще може да бъде наблюдавано едновременно от двете обсерватории.*

Критерии за оценяване (общо 8 т.):

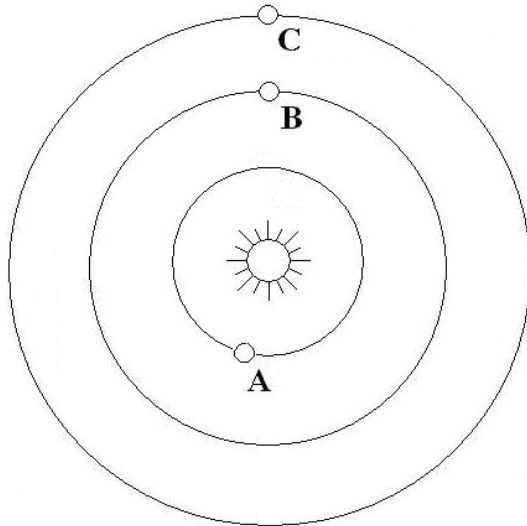
*За правилен отговор къде първо ще започне пълната фаза на слънчевото затъмнение – 1 т.*

*За обяснение – 2 т.*

За разсъждения относно възможността едновременно да се наблюдава пълно слънчево затъмнение и в България, и в Кавказ – 3 т.

За обяснение дали може да се наблюдава лунно затъмнение в България и Нова Зеландия – 2 т.

**5 задача. Три планети.** Около Блестящата звезда живее цивилизацията на Трите планети. Радиусът на орбитата на планетата **В** е 2 пъти по-голям от радиуса на орбитата на планетата **А**. Радиусът на орбитата на планетата **С** е 3 пъти по-голям от радиуса на орбитата на **А**. Планетите са с едни и същи размери и с една и съща отразителна способност на повърхността.



- За коя двойка планети – **А** и **В**, **В** и **С**, или **А** и **С** – най-често се случва да застанат на една линия със звездата от едната ѝ страна?

- Нека трите планети са разположени така, както е показано на схемата. Приемаме, че планетата **А** лежи много близо до правата, свързваща останалите две планети и звездата, но все пак може да се вижда от планетите **В** и **С**. Тогава за наблюдателите от планетата **В** коя от другите две планети ще изглежда по-ярка – планета **А** или планета **С**?

Обяснете вашите отговори.

#### Решение:

Колкото по-голям е радиусът на орбитата на дадена планета около нейната звезда, толкова по-дълъг е нейният орбитален период. Следователно от трите планети най-кратък орбитален период има планетата **А**, а най-дълъг – планетата **С**. Колкото по-близки са орбиталните периоди на две планети, толкова по-рядко ще се случва те да застанат на една права със звездата от една ѝ страна. Такива взаимни разположения ще се случват по-рядко за двойките съседни планети – **А** и **В**, **В** и **С**. Най-често такива взаимни конфигурации ще се повтарят за двойката планети **А** и **С**, при които разликата между орбиталните периоди е най-голяма. По друг начин това може да се обясни чрез ъгловите скорости на движение на планетите по техните орбити. Разликата между ъгловите скорости на планетите **А** и **С** е най-голяма. Но тази разлика е равна на относителната ъглова скорост на едната планета спрямо отправна система, свързана със звездата и другата планета. Следователно именно при планетите **А** и **С** най-често ще се случва вътрешната планета (в случая **А**) да «застига» и «задминава» другата планета, т.е. по-често ще се случва двете планети да застават на една линия със звездата от едната ѝ страна.

Нека разстоянието от звездата до планетата **А** е  $r$ . Тогава разстоянието от звездата до планетата **В** е  $2r$ , а до планетата **С** е  $3r$ . Блясъкът на една планета е обратно пропорционален на квадрата на разстоянието  $r_1$  до централното светило и обратно пропорционален на квадрата на разстоянието  $r_2$  от наблюдателя до планетата:

$$m \propto \frac{1}{r_1^2} \cdot \frac{1}{r_2^2}$$

Ако яркостта на планета **С**, наблюдавана от планета **В**, е  $m_C$ , то:

$$m_C \propto \frac{1}{(3r)^2} \cdot \frac{1}{r^2} = \frac{1}{9r^4}$$

Планета **А** се намира на разстояние  $3r$  от планета **В** и на разстояние  $r$  от централната звезда. Ако нейният блясък, при наблюдаването ѝ от планета **В**, е  $m_A$ , то:

$$m_A \propto \frac{1}{r^2} \cdot \frac{1}{(3r)^2} = \frac{1}{9r^4}$$

Тъй като размерите и отражателните способности на планетите са еднакви, то  $m_A = m_C$  и следователно двете планети ще се виждат еднакво ярки от планетата **B**.

Критерии за оценяване (общо 10 т.):

*За правилни разсъждения по първото подусловие – 3 т.*

*За правилен отговор на въпроса – 1 т.*

*За добра математическа постановка по второто подусловие – 5 т.*

*За верен краен отговор - 1 т.*