



РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ – ТЕСТ ПО МАТЕМАТИКА
ОБЛАСТЕН КРЪГ – 20 март 2011 г.

ПЪРВИ МОДУЛ

За всяка задача в тази част са предложени по четири отговора, точно един от които е верен. Прочетете внимателно задачата и отбележете в листа за отговори този, който считате, че е верен.

Време за работа – 60 минути.

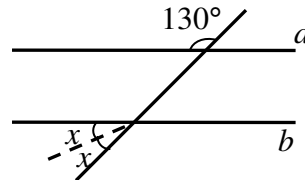
Верният отговор на всяка задача от 1. до 10. включително се оценява с 2 точки.

1. Числото $-\frac{1}{2}$ е корен на уравнението:

- А) $2x + 3 = 1$ Б) $4x + 3 = 1$ В) $2x + 1 = x$ Г) $4x + 1 = x$

2. Каква трябва да е градусната мярка на ъгъл x , за да са успоредни правите a и b от чертежа?

- А) 25° Б) 35°
В) 50° Г) 70°



3. Решението на уравнението $\frac{x}{3} - 2 = \frac{x}{2} + 3$ е:

- А) 14 Б) 7 В) -15 Г) -30

4. Семейство внесло спестена сума на влог при 6% годишна лихва. След изтичане на една година семейството закрило влога и получило 2438 лева. Каква сума е внесло семейството?

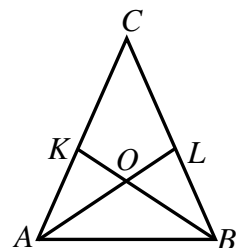
- А) 2300 лева Б) 2291,72 лева В) 146,28 лева Г) 2432 лева

5. В разлагането на множители на израза $6ax - 9ay + 4bx - 6by$ един от множителите може да е равен на:

- А) $2x + 3y$ Б) $3a - 2b$ В) $3a + 2b$ Г) $2a - 3b$

6. Ъглите при основата AB на равнобедрен триъгълник ABC са равни на 72° . Ъглополовящите AL ($L \in BC$) и BK ($K \in AC$) съответно на $\angle BAC$ и $\angle ABC$ се пресичат в точката O . Броят на равнобедрените триъгълници с върхове измежду точките A , B , C , K , L и O е равен на:

- А) 1 Б) 5 В) 6 Г) 8



7. Изразът $8x^4y^2 - 18x^2y^6$ е тъждествено равен на:

- А) $8x^2y^2(x^2 - 10y^4)$ Б) $4x^2y^2(2x^2 - 14y^4)$
 В) $2x^2y^2(2x - 3y)(2x + 3y)$ Г) $2x^2y^2(2x - 3y^2)(2x + 3y^2)$

8. Дадени са триъгълниците ABC и MNP , като $AB = MN$ и $\angle ABC = \angle MNP$. Кое от посочените условия гарантира еднаквостта на триъгълниците ABC и MNP ?

- А) $BC = MP$ Б) $AC = MP$ В) $AC = NP$ Г) $BC = NP$

9. Реципрочната стойност на корена на уравнението $4\left(1 - \frac{1}{2}x\right) = -10$ е:

- А) -7 Б) 7 В) $\frac{1}{7}$ Г) $-\frac{1}{7}$

10. В равенството $9x^2 - *y + 4y^2 = (3x - 2y)^2$ символът $*$ трябва да се замени с

- А) $3x$ Б) $6x$ В) $12x$ Г) $24x$

Верният отговор на всяка задача от 11. до 25. включително се оценява с 3 точки.

11. Изразът $\frac{27^{100} - 8^{100}}{9^{100} + 6^{100} + 16^{50}}$ е равен на:

- А) $3^{100} - 2^{100}$ Б) $3^{50} + 2^{50}$ В) $2^{200} - 3^{200}$ Г) 1

12. За ъглите α , β и γ на $\triangle ABC$ е известно, че $(\alpha + \beta) : \gamma = 1 : 2$. Ъгълът, получен от пресичането на правите, съдържащи височините през върховете A и B , е равен на:

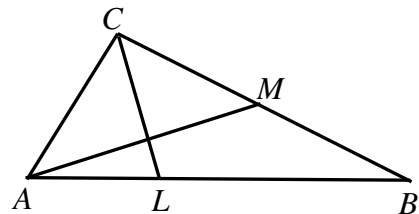
- А) 100° Б) 60° В) 90° Г) 30°

13. Семейство Кирчеви притежава парцел с форма на правоъгълник. При реконструкция на кварталната инфраструктура улицата, минаваща покрай парцела, била разширена и широчината на парцела се намалила с 20%. С колко процента трябва да се увеличи дължината на парцела, за да не се промени лицето му?

- А) 25% Б) 30% В) 20% Г) 15%

14. В $\triangle ABC$ медианата AM ($M \in BC$) е перпендикулярна на ъглополовящата CL ($L \in AB$). Кое от посочените твърдения **НЕ Е** вярно?

- А) правата CL е симетрала на отсечката AM
 Б) $\triangle ALC \cong \triangle MLC$ В) $BC = 2AC$ Г) $LM = BM$

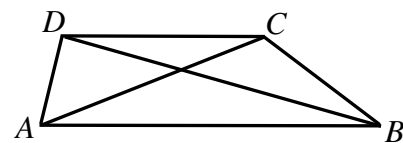


15. Стойността на израза $\frac{(3x - 2y)^2 + 3|x - 2| - 2|y|}{(y - x)(x + y)}$ при $x = 1$ и $y = -2$ е равна на:

- А) 14 Б) -16 В) 16 Г) $\frac{56}{3}$

16. За трапеца $ABCD$ ($AB \parallel CD$) е известно, че $\angle ABD + \angle ACD = 73^\circ 45'$ и $\angle DAC = 38^\circ$. Градусната мярка на $\angle ADB$ е равна на:

- А) $68^\circ 15'$ Б) $111^\circ 45'$ В) $68^\circ 55'$ Г) $78^\circ 15'$

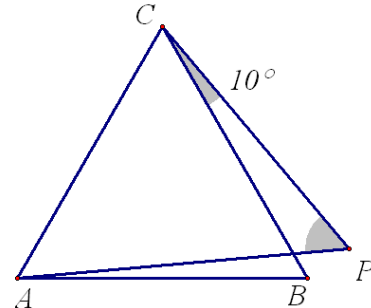


17. За коя стойност на параметъра a уравненията $\frac{x+a}{3} = \frac{x-a}{2}$ и $\frac{x+2a}{3} = \frac{x+a-1}{2}$ са еквивалентни?

- А) 1,9 Б) $\frac{3}{7}$ В) 23 Г) $\frac{3}{4}$

18. Дадени са равностранен триъгълник ABC и точка P така, че A и P са от различни полуравнини спрямо правата BC . Ако $CP = AB$ и $\angle BCP = 10^\circ$, то $\angle APC$ е равен на:

- А) 45° Б) 55°
В) 60° Г) 65°



19. Да се намери лицето на правоъгълен триъгълник ABC с хипотенуза $AB = 28$ см, ако ъглополовящата от върха C в триъгълника AHC , където CH ($H \in AB$) е височината в $\triangle ABC$, е равна на ъглополовящата от върха B в триъгълника BHC .

- А) 56 кв. см Б) 112 кв. см В) 169 кв. см Г) 196 кв. см

20. Намерете всички стойности на параметъра a , за които уравнението

$$\frac{(x-2)(x+3a)}{3} + 4a = \frac{x(x+a)}{2} - \frac{(x-a)x}{6}$$

има корен.

- А) $a \neq 1$ Б) всяко a В) $a \neq 2$ Г) $a \neq 0$

21. Разликата на две числа е 7, а разликата на техните квадрати е 168. На колко е равно средното аритметично на тези две числа?

- А) 12 Б) 14 В) 16 Г) 18

22. Една тръба може да напълни сама празен басейн за 8 часа, втора за 12 часа, а трета за h часа. Ако басейнът е пълен до половината и се отворят и трите тръби, той ще се напълни за 2 часа. Да се определи h .

- А) 3 Б) 6 В) 12 Г) 24

23. Да се пресметне сборът на целите числа, които се намират между корените на уравнението $|5 + 2x| + |-15 - 6x| = 48$.

- А) 0 Б) -30 В) -50 Г) не може да се определи

24. Учениците от 7 клас в едно училище са 104 на брой. За 8 март всяко момче донесло в училище по 3 лалета, а всяко момиче – по 1 нарцис. Ако всяко момче беше донесло по 1 нарцис, а всяко момиче по 3 лалета, цветята щяха да бъдат с 48 повече. Колко са момчетата от 7 клас в това училище?

- А) 40 Б) 48 В) 52 Г) 64

25. Във вътрешността на $\triangle ABC$ е взета точка M така, че $\angle MBA < 45^\circ$ и симетралата на отсечката AM пресича най-голямата страна AB в средата ѝ. Триъгълник ABC е:

- А) правоъгълен Б) остроъгълен В) тъпоъгълен Г) не може да се определи

ВТОРИ МОДУЛ

За задачи 26 – 28 трябва да се запишат само отговорите в листа за отговори.
За задачи 29 и 30 трябва да се запишат решенията с необходимите обосновки.
Време за работа – 90 минути.

Верният отговор на подточка б) на всяка задача от 26. до 28. включително се оценява с 5 точки.

26. Даден е $\triangle ABC$ с лице 36 кв. см. Точката M е среда на страната BC , а точката N е среда на отсечката AM . Точките P и Q лежат на страната AB така, че $AP = PQ = QB$. Намерете лицето в квадратни сантиметри на:

- а) триъгълника APM ;
- б) четириъгълника $PQMN$.

27. За числата x и y е вярно, че $x^2 + y^2 = 8x^2y^2$ и $xy > 0$. Ако $A = 9x^2 + 9y^2$, да се намери:

- а) възможно най-малката стойност на израза A ;
- б) за кои стойности на x и y се достига най-малката стойност на израза A .

28. Даден са четири квадрата. Първият има страна 101 см, вторият има страна 102 см, а третият има страна 103 см.

а) Ако S е лицето на правоъгълника с размери 101 см и 102 см, да се изрази чрез S сумата от лицата на първите два квадрата.

б) Колко сантиметра е дължината на страната на четвъртия квадрат, ако лицето му е равно на сбора от лицата на първите три квадрата?

Решенията на задачи 29. и 30. се оценяват от 0 до 10 точки.

29. Един търговец пътувал с личния си автомобил от град A до град B , за да проведе важна среща. През първите 12 min от пътуването си той изминал 10km и съобразил, че ще закъснее за срещата със 7 min . Затова търговецът увеличил скоростта си с 20% и пристигнал 5 min преди началото на срещата. Да се намери разстоянието от A до B .

30. Даден е триъгълникът ABC , в който $\angle BAC = 20^\circ$ и $\angle ABC = 130^\circ$. Равностранният триъгълник ABM е такъв, че точките M и C лежат в една полуравнина относно правата AB . Да се докаже, че $CM = AB$.

Национален тест-състезание по математика за VII клас
Областен кръг, 20 март 2011 г.
Лист за отговори – математика първи модул

Трите имена

Училище гр. /с/.....

Тел:.....

За да отбележите своя отговор, срещу номера на съответната задача зачертайте със знака **X** буквата на избрания от вас отговор. Ако след това прецените, че първоначалния отговор не е верен и искате да го поправите, запълнете квадратчето с грешния отговор и зачертайте със знака **X** буквата на друг отговор, който приемате за верен.

1 задача	A	Б	В	Г
2 задача	A	Б	В	Г
3 задача	A	Б	В	Г
4 задача	A	Б	В	Г
5 задача	A	Б	В	Г
6 задача	A	Б	В	Г
7 задача	A	Б	В	Г
8 задача	A	Б	В	Г
9 задача	A	Б	В	Г
10 задача	A	Б	В	Г

Бр. верни отговори
.....x 2 т.

Квестор

(.....)

Проверил

(.....)

Проверил

(.....)

11 задача	A	Б	В	Г
12 задача	A	Б	В	Г
13 задача	A	Б	В	Г
14 задача	A	Б	В	Г
15 задача	A	Б	В	Г
16 задача	A	Б	В	Г
17 задача	A	Б	В	Г
18 задача	A	Б	В	Г
19 задача	A	Б	В	Г
20 задача	A	Б	В	Г
21 задача	A	Б	В	Г
22 задача	A	Б	В	Г
23 задача	A	Б	В	Г
24 задача	A	Б	В	Г
25 задача	A	Б	В	Г

Бр. верни отговори
.....x 3 т.

**Национален тест-състезание по математика за VII клас
Областен кръг, 20 март 2011 г.**

Лист за отговори – математика втори модул

Трите имена

Училище гр. /с/.....

Тел:.....

	О Т Г О В О Р	ТОЧКИ
26 задача	а)	
	б)	
27 задача	а)	
	б)	
28 задача	а)	
	б)	
29 задача		
30 задача		
	Общ брой точки	

Пълните решения на задачи № 29 и № 30 започнете да пишете тук. При нужда продължете на допълнителен лист, който ще получите от комисията.

Национален тест-състезание по математика за VII клас
Областен кръг, 20 март 2011 г.
Ключ за отговори

1 задача	A	B	B	Г
2 задача	A	B	B	Г
3 задача	A	B	B	Г
4 задача	A	B	B	Г
5 задача	A	B	B	Г
6 задача	A	B	B	Г
7 задача	A	B	B	Г
8 задача	A	B	B	Г
9 задача	A	B	B	Г
10 задача	A	B	B	Г

Бр. верни отговори
x **2** т.

11 задача	A	B	B	Г
12 задача	A	B	B	Г
13 задача	A	B	B	Г
14 задача	A	B	B	Г
15 задача	A	B	B	Г
16 задача	A	B	B	Г
17 задача	A	B	B	Г
18 задача	A	B	B	Г
19 задача	A	B	B	Г
20 задача	A	B	B	Г
21 задача	A	B	B	Г
22 задача	A	B	B	Г
23 задача	A	B	B	Г
24 задача	A	B	B	Г
25 задача	A	B	B	Г

Бр. верни отговори
x **3** т.

Задачите 26, 27 и 28 са с кратък отговор. Максималният брой точки, които носи всяка вярно решена от тях задача е **5**.

Подусловията а) и б) са взаимозависими и разбиването на точките по тях е следното:

Задача 26 - При верен отговор на б) задачата се оценява с **5** т. При грешен отговор на б) се гледа отговора на а) и ако само той е верен, задачата се оценява с **2** т.

Задача 27 - При верен отговор на б) задачата се оценява с **5** т. При грешен отговор на б) се гледа отговора на а) и ако само той е верен, задачата се оценява с **3** т.

Задача 28 - При верен отговор на б) задачата се оценява с **5** т. При грешен отговор на б) се гледа отговора на а) и ако само той е верен, задачата се оценява с **2** т.

	ОТГОВОР	ТОЧКИ	
		по подусловия	по задачи
26 задача	а) 6	2	5
	б) 9		
27 задача	а) 4,5	3	5
	б) $x = y = \frac{1}{2}$ или $x = y = -\frac{1}{2}$		
28 задача	а) $1 + 2S$	2	5
	б) 10 303		
29 задача			10
30 задача			10
Общ брой точки			35

29. Решение:

Нека търсеното разстояние е $x \text{ km}$. (1 т.) Тъй като разстоянието $AC = 10 \text{ km}$ е изминато за $12 \text{ min} = \frac{1}{5} h$, то пътят от A до C е изминат със скорост 50 km/h . С тази скорост

търговецът би пристигнал в B за $\frac{x}{50} h$ (1 т.), но за да е навреме, е трябвало да се

придвижи за $\left(\frac{x}{50} - \frac{7}{60}\right) h$. (1 т.)



Увеличената с 20% скорост е равна на

$50 + 50 \cdot \frac{20}{100} = 60 \text{ km/h}$. (1 т.) Следователно останалото разстояние $CB = (x - 10) \text{ km}$

търговецът е изминал за $\frac{x - 10}{60} h$. (1 т.) От условието следва, че

$\frac{x}{50} - \frac{7}{60} = \frac{1}{5} + \frac{x - 10}{60} + \frac{1}{12}$ (3 т.), откъдето $x = 70$. (2 т.) Следователно търсеното разстояние AB е 70 km .

30. Решение: Ясно е, че $\angle ACB = 30^\circ$ и $\angle MBC = 70^\circ$. (1 т.)

Нека $AC \cap BM = O$ и ъглополовящата на $\angle AMB$ пресича

AO в точката L . (2 т.) Тъй като правата ML е симетралата

на отсечката AB , то $\triangle ABL$ е равнобедрен с ъгли

$\angle LAB = \angle LBA = 20^\circ$. (1 т.) От тук лесно намираме, че $\triangle BOL$

е равнобедрен (1 т.), защото $\angle OBL = 40^\circ$ и $\angle BOL = 100^\circ$.

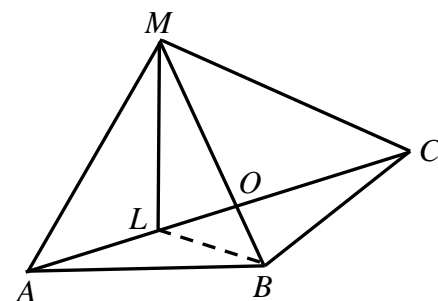
Следователно $OB = OL$ и тогава $\triangle BOC \cong \triangle LOM$ по втори

признак (2 т.). От тази еднаквост следва равенството

$OM = OC$ (1 т.) и понеже $\angle MOC = \angle BOL = 100^\circ$, то

$\angle BMC = 40^\circ$. (1 т.) Това означава, че ъглите на $\triangle BMC$ са $70^\circ, 40^\circ$ и 70° , т.е.

$BM = CM \Rightarrow CM = AB$. (1 т.)



Отговори и решения

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10					
Б	А	Г	А	В	Г	Г	Г	В	В					
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
А	Б	А	Г	В	А	Г	Б	Г	В	А	Г	Б	А	Б

8. Отг. Г). Ако е изпълнено Г), еднаквостта следва по първи признак. Останалите отговори не съответстват на признаци, защото поне една от страните е срещуположна на ъгъла.

9. Отг. В). $4\left(1 - \frac{1}{2}x\right) = -10 \Leftrightarrow 4 - 2x = -10 \Leftrightarrow -2x = -14 \Leftrightarrow x = 7$. Реципрочното на числото 7 е числото $\frac{1}{7}$.

10. Отг. В). $9x^2 - 12xy + 4y^2 = (3x - 2y)^2$.

11. Отг. А). Ако означим $a = 3^{100}$ и $b = 2^{100}$, даденият израз се записва във вида $\frac{a^3 - b^3}{a^2 + ab + b^2}$ и е равен на $a - b$.

12. Отг. Б). От условието следва, че $\gamma = 120^\circ$ и следователно пресечната точка на височините е извън триъгълника. Като използваме, че сборът от ъглите в един четириъгълник е равен на 360° , за търсения ъгъл намираме 60° .

13. Отг. А). Нека първоначално парцелът е с дължина a и широчина b . Новата широчина е $b - 0,2b = 0,8b$. Ако x е новата дължина, то от условието следва, че $x \cdot 0,8b = ab$, откъдето $x = \frac{a}{0,8} = \frac{5}{4}a$. Увеличението на дължината е с $\frac{5}{4}a - a = \frac{1}{4}a$, което

в проценти е $\frac{\frac{1}{4}a}{a} \cdot 100 = \frac{100}{4} = 25\%$.

14. Отг. Г). От условието следва, че $\triangle AMC$ е равнобедрен ($AC = MC$), тъй като ъглополовящата от върха C е и височина. Заклучаваме, че ъглополовящата е и медиана, а следователно правата CL минава през средата на отсечката AM . Понеже $CL \perp AM$ по условие, то правата CL е симетрала на отсечката AM . По този начин установяваме верността на **А)**. По-нататък следва, че $AL = ML$, откъдето $\triangle ALC \cong \triangle MLC$ по трети признак. Значи **Б)** също е вярно. Вярно е и **В)**, защото по условие M е средата на отсечката BC , откъдето $BC = 2CM = 2AC$. Равенството $LM = BM$ е невъзможно, защото в противен случай би следвало, че $AL = LM = MC = AC$, т.е. че четириъгълникът $ALMC$ е ромб и $AL \parallel CM$. Последното означава, че правите AB и BC не биха се пресичали в B .

15. Отг. В).

$$\frac{(3x - 2y)^2 + 3|x - 2| - 2|y|}{(y - x)(x + y)} = \frac{(3 \cdot 1 - 2 \cdot (-2))^2 + 3|1 - 2| - 2|-2|}{(-2 - 1)(1 - 2)} = \frac{49 + 3 - 4}{(-3)(-1)} = \frac{48}{3} = 16.$$

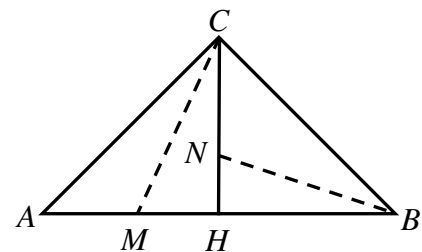
16. Отг. А). От успоредността $AB \parallel CD$ следва, че $\angle BAC = \angle ACD$. Тогава от теоремата за сбора на ъглите в един триъгълник, приложена за $\triangle ABD$, намираме:

$$\begin{aligned}\angle ADB &= 180^\circ - (\angle 38^\circ + \angle ABD + \angle BAC) = 180^\circ - (\angle 38^\circ + \angle ABD + \angle ACD) = \\ &= 180^\circ - (\angle 38^\circ + 73^\circ 45') = 180^\circ - 111^\circ 45' = 68^\circ 15'.\end{aligned}$$

17. Отг. Г). Първото уравнение има решение $x = 5a$, а решението на второто е $x = a + 3$. От условието $5a = a + 3$ намираме $a = \frac{3}{4}$.

18. Отг. Б). От условието следва, че $CP = AB = CA$, т.е. $\triangle APC$ е равнобедрен с ъгъл между бедрата $\angle ACP = \angle ACB + \angle BCP = 60^\circ + 10^\circ = 70^\circ$. Оттук намираме, че $\angle APC = \frac{1}{2}(180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$.

19. Отг. Г). Да означим ъглополовящата от върха C в триъгълника AHC с CM ($M \in AH$), а ъглополовящата от върха B в триъгълника BHC – съответно с BN ($N \in CH$). Тъй като $\angle ACH = 90^\circ - \angle BAC = \angle ABC$, то $\angle MCH = \angle NBH$ и следователно $\triangle MHC \cong \triangle NHB$ по II признак за еднаквост. Оттук заключаваме, че $CH = BH$ като съответни елементи в еднакви триъгълници. Тогава правоъгълният триъгълник HBC е равнобедрен. Получаваме, че $\angle HBC = 45^\circ$, а следователно и



$\angle HAC = \angle ACH = 45^\circ$. Тогава $AH = CH = BH$, т.е. $CH = \frac{1}{2}AB = 14$ см и

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot CH}{2} = \frac{28 \cdot 14}{2} = 196 \text{ кв. см.}$$

20. Отг. В). Уравнението е еквивалентно с $(2 - a)x = 6a$ и следователно има корен точно когато $a \neq 2$.

21. Отг. А). Понеже $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$, сборът на числата е $168 : 7 = 24$ и средното им аритметично е $24 : 2 = 12$ (за сведение, самите числа са 15,5 и 8,5).

22. Отг. Г). За НОК $(8; 12) = 24$ часа първата тръба може да напълни 3 такива басейна, втората – 2 басейна, а трите заедно биха напълнили $24 : (2 + 2) = 6$ такива басейна. Тъй като $6 - (3 + 2) = 1$, третата тръба би напълнила басейна сама за 24 часа. Следователно $h = 24$.

23. Отг. Б). Уравнението е еквивалентно на $4|5 + 2x| = 48$, т.е. на $|5 + 2x| = 12$, откъдето намираме корените му $x_1 = -8,5$ и $x_2 = 3,5$. Сумата на целите числа между двата корена е равна на $-8 - 7 - 6 - 5 - 4 - 3 - 2 - 1 + 0 + 1 + 2 + 3 = -30$.

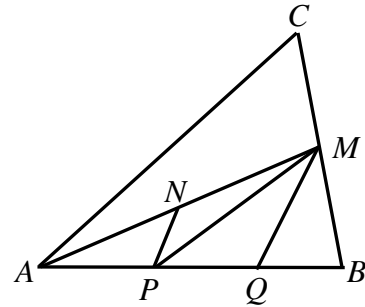
24. Отг. А). Ако момчетата са x , то момичетата са $104 - x$. От условието имаме, че $3x + 104 - x = 3(104 - x) + x - 48$, откъдето $x = 40$.

25. Отг. Б). От условието, че симетралата на AM пресича AB в средата ѝ, следва, че медианата от върха M в $\triangle ABM$ е равна на $\frac{1}{2}AB$, откъдето заключаваме, че $\triangle ABM$ е правоъгълен ($\angle AMB = 90^\circ$). Следователно $\angle ACB < \angle AMB = 90^\circ$, защото точката M е вътрешна. Тъй като страната AB е най-голямата, то триъгълникът е остроъгълен.

26. Отг. а) 6; б) 9. При верен отговор на б) задачата се оценява с **5 т.** При грешен отговор на б) се гледа а) и ако отговорът е верен, задачата се оценява с **2 т.**

Решение: Нека $S_{ABC} = S$.

а) Тъй като AM е медиана в $\triangle ABC$, то $S_{ABM} = \frac{S}{2}$. От друга страна триъгълниците APM и ABM имат една и съща височина от върха M , като основата AP в първия триъгълник е 3 пъти по-малка от основата AB във втория. Оттук заключаваме, че $S_{APM} = \frac{1}{3}S_{ABM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{S}{2} = \frac{S}{6} = 6$.



б) Триъгълниците PBM и ABM имат една и съща височина от върха M , като основата PB в първия триъгълник е $\frac{2}{3}$ от основата AB във втория. Оттук заключаваме, че $S_{PBM} = \frac{2}{3}S_{ABM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{S}{2} = \frac{S}{3}$. Освен това PN е медиана в $\triangle APM$, откъдето $S_{PMN} = \frac{1}{2}S_{APM} = \frac{1}{2} \cdot \frac{S}{6} = \frac{S}{12}$. Аналогично, MQ е медиана в $\triangle PBM$ и $S_{PQM} = \frac{1}{2}S_{PBM} = \frac{1}{2} \cdot \frac{S}{3} = \frac{S}{6}$. Тогава $S_{PQMN} = S_{PMN} + S_{PQM} = \frac{S}{12} + \frac{S}{6} = \frac{S}{4} = 9$.

27. Отг. а) 4,5; б) $x = y = \frac{1}{2}$ или $x = y = -\frac{1}{2}$. При верен отговор на б) задачата се оценява с **5 т.** При грешен отговор на б) се гледа а) и ако отговорът е верен, задачата се оценява с **3 т.**

Решение: а) $(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy = 8x^2y^2 - 2xy = 2xy(4xy - 1)$. Тъй като $(x - y)^2 \geq 0$ и $xy > 0$, заключаваме, че $4xy \geq 1$. Следователно $xy \geq \frac{1}{4}$ и $x^2y^2 \geq \frac{1}{16}$. Тогава

$$A = 9x^2 + 9y^2 = 9(x^2 + y^2) = 9 \cdot 8x^2y^2 \geq 9 \cdot 8 \cdot \frac{1}{16} = 4,5.$$

б) Равенството в $(x - y)^2 \geq 0$ се достига при $x = y$. Следователно $A = 4,5$ при $x = y = \pm \frac{1}{2}$.

28. Отг. а) $1 + 2S$; б) 10 303. При верен отговор на б) задачата се оценява с **5 т.** При грешен отговор на б) се гледа а) и ако отговорът е верен, задачата се оценява с **2 т.**

Решение: а) Нека $a = 101 \text{ см}$. Тогава сумата от лицата на първите два квадрата е равна на $a^2 + (a+1)^2 = (a - (a+1))^2 + 2a(a+1) = 1 + 2a(a+1) = 1 + 2S$.

б) Като използваме идеята от а), за лицето на четвъртия квадрат намираме:

$$101^2 + 102^2 + 10\,302^2 = 1 + 2 \cdot 101 \cdot 102 + (101 \cdot 102)^2 = (1 + 101 \cdot 102)^2 = 10\,303^2.$$

Следователно дължината на страната на четвъртия квадрат е $10\,303 \text{ см}$.

29. Решение: Нека търсеното разстояние е $x \text{ km}$. **(1 т.)** Тъй като разстоянието $AC = 10 \text{ km}$ е изминато за $12 \text{ min} = \frac{1}{5} \text{ h}$, то пътят от A до C е изминат със скорост

50 km/h . С тази скорост търговецът би пристигнал в B за $\frac{x}{50} \text{ h}$ **(1 т.)**, но за да е

навреме, е трябвало да се придвижи за $\left(\frac{x}{50} - \frac{7}{60}\right) \text{ h}$. **(1 т.)** Увеличената с 20%

скорост е равна на $50 + 50 \cdot \frac{20}{100} = 60 \text{ km/h}$. **(1 т.)** Следователно останалото разстояние



$CB = (x - 10) \text{ km}$ търговецът е изминал за $\frac{x-10}{60} \text{ h}$. **(1 т.)** От условието следва, че

$\frac{x}{50} - \frac{7}{60} = \frac{1}{5} + \frac{x-10}{60} + \frac{1}{12}$ **(3 т.)**, откъдето $x = 70$. **(2 т.)** Следователно търсеното разстояние AB е 70 km .

30. Решение: Ясно е, че $\angle ACB = 30^\circ$ и $\angle MBC = 70^\circ$. **(1 т.)** Нека $AC \cap BM = O$ и ъглополовящата на $\angle AMB$ пресича AO в точката L . **(2 т.)** Тъй като правата ML е симетралата на отсечката AB , то $\triangle ABL$ е равнобедрен с ъгли $\angle LAB = \angle LBA = 20^\circ$. **(1 т.)** Оттук лесно намираме, че $\triangle BOL$ е равнобедрен **(1 т.)**, защото $\angle OBL = 40^\circ$ и $\angle BOL = 100^\circ$. Следователно $OB = OL$ и тогава $\triangle BOC \cong \triangle LOM$ по втори признак **(2 т.)**. От тази еднаквост следва равенството $OM = OC$ **(1 т.)** и понеже $\angle MOC = \angle BOL = 100^\circ$, то $\angle BMC = 40^\circ$. **(1 т.)** Това означава, че ъглите на $\triangle BMC$ са 70° , 40° и 70° , т.е. $BM = CM \Rightarrow CM = AB$. **(1 т.)**

