



РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ  
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

---

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА  
ОБЛАСТЕН КРЪГ – 25 април 2009 г.

ТЕМА ЗА 6 КЛАС

**Задача 1.** Ани си купила пола и блуза, като полата била с 20% по-скъпа от блузата. След покупката тя видяла, че сумата, която ѝ е останала, е с 20% по-малка от цената на полата. Колко лева е похарчила Ани, ако са ѝ останали 21,60 лв. ?

**Задача 2.** Аквариум с форма на правоъгълен паралелепипед с основа  $50\text{ см} \times 30\text{ см}$  и височина  $30\text{ см}$  съдържа вода с дълбочина  $20\text{ см}$ . Плътна метална правилна четириъгълна пирамида с основен ръб  $6\text{ см}$  и височина  $15\text{ см}$  е потопена в аквариума, като е поставена на основата си. На колко сантиметра под повърхността на водата се намира върхът на пирамидата?

**Задача 3.** Сборът на 20 различни цели положителни числа е 2009. Каква е възможно най-голямата стойност на най-малкото число?

*Всяка задача се оценява със 7 точки.*

*Време за работа 4 часа.*

*Пожелаваме Ви успешна работа!*

## РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ НА ЗАДАЧИТЕ ЗА 6 КЛАС

**Задача 1.** Ако цената на блузата е  $x$  лв., то цената на полата е  $1,2x$  лв. **(2 т.)**. Понеже останалите пари са с 20% по-малко от цената на полата, то те са  $0,8 \cdot 1,2x = 0,96x$  лв. **(2 т.)**. От условието  $0,96x = 21,60$  намираме  $x = 22,5$  **(1 т.)**. Тогава блузата струва 22,50 лв., полата 27 лв. и Ани е похарчила 49,50 лв. **(2 т.)**.

**Задача 2.** Обемът на водата в аквариума е  $V = 50 \cdot 30 \cdot 20 = 30\,000 \text{ см}^3$  **(1 т.)**. Обемът на пирамидата, която е потопена, е  $V_1 = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 15 = 180 \text{ см}^3$  **(1 т.)**. Следователно след потапянето общият обем е  $30\,180 \text{ см}^3$  и оттук дълбочината  $h$  на водата е  $h = 30\,180 : 1500 = 20,12$ , т.е.  $h = 20,12 \text{ см}$  **(3 т.)**. Следователно върхът на пирамидата се намира на 5,12 см под повърхността на водата **(2 т.)**.

*Алтернативно решение.* Обемът на пирамидата е  $V_1 = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 15 = 180 \text{ см}^3$  **(1 т.)**. Тогава при потапянето на пирамидата дълбочината на водата ще се увеличи с  $\frac{V_1}{1500} = \frac{180}{1500} = 0,12 \text{ см}$  **(3 т.)**. Следователно върхът на пирамидата се намира на 5,12 см под повърхността **(3 т.)**.

**Задача 3.** Да разгледаме 20 последователни естествени числа, като най-малкото е  $x$  **(1 т.)** и такива, че сборът им не е по-голям от 2009. Тогава  $x + x + 1 + x + 2 + \dots + x + 19 = 20x + 190$  не е по-голямо от 2009. Последното е изпълнено за стойности на естественото число  $x$ , не по-големи от 90. **(3 т.)**. Ако  $x = 90$ , сбор 2009 се получава например така  $90 + 91 + \dots + 107 + 108 + 128 = 2009$  **(3 т.)**.